583

lecturas de economía

La Tasa de Retorno y la Teoría del Capital

Héctor Cervini Iturre
Gilma Garza Fassio

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

La Tasa de Retorno y la Teoría del Capital

Colección Lecturas de Economía No. 1

La Tasa de Retorno y la Teoría del Capital

Compiladores:

Héctor Cervini Iturre
Gilma Garza Fassio

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

División de Ciencias Sociales y Humanidades

Departamento de Economía

D.R. UAM-Azcapotzalco
Héctor Cervini Iturre y Gilma Garza (Comp.)
Cuidado de la edición:
Valentín Almaraz Moreno
Portada:
Modesto Serrano Ramírez
Corrección de textos:
Ma. Eugenia Varela y Rosa Elena Juárez

Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

Av. San Pablo No. 180 Col. Reynosa Tamaulipas
Deleg. Azcapotzalco. 02200
México, D.F.
Tel. 724-4422 ó 23 Fax 724-4422

1a. edición, 1992
2a. edición, 1996
Impreso en México

INDICE

Presentación 7

Cervini, Héctor. La teoría del interés de Irving Fisher y la crítica a la teoría neoclásica del capital 9

Hirshleifer, J . Sobre la teoría de la decisión óptima de inversión 25

Solow, R. La tasa de interés y la transición entre técnicas 77

Pasinetti, L. Cambios de técnica y la "tasa de retorno" en la teoría sobre el capital 97

Solow, R. Sobre la tasa de retorno: respuesta a Pasinetti 141

Pasinetti, L. De nuevo sobre la teoría del capital y la "tasa de retorno" de Solow 151

PRESENTACION

La serie **Lecturas de Economía** tiene como objetivo apoyar el desarrollo de los cursos de la Licenciatura en Economía, proveyendo a los estudiantes de materiales de difícil acceso.

En esta publicación se presenta una compilación de lecturas que da cuenta de la polémica respecto a la medición del capital y su tasa de retorno, enmarcada en el ensayo "**La Tasa de Retorno y la Teoría del Capital**" del profesor Héctor Cervini.

Esta selección de lecturas tiene como objetivo apoyar el curso "Teorías del Capital y la Distribución" del Plan de Estudios de la Licenciatura en Economía.

Los profesores Héctor Cervini y Gilma Garza estuvieron a cargo de la selección de lecturas y la coordinación y revisión de la publicación, quienes contaron con el apoyo de Rosa Elena Juárez.

La mecanografía del trabajo la realizaron Verónica Sánchez y Ma. Eugenia Mendoza.

Dr. Ernesto Turner Barragán
Jefe del Departamento de Economía.

La teoría del interés de Irving Fisher y la crítica a la teoría neoclásica del capital

Héctor Cervini

Irving Fisher nació en Saugerties, New York, el 27 de Febrero de 1867, y murió el 29 de Abril de 1947. Su contribución a la teoría económica y a los métodos estadísticos y econométricos abarca una amplia gama de aspectos que aún hoy mantienen vigencia. En este trabajo nos interesa referirnos exclusivamente a su teoría sobre el interés, que diversos autores señalan como el fundamento de las distintas versiones modernas de la teoría neoclásica del capital y del interés (Tobín,1990).

El desarrollo del pensamiento marxista durante la última mitad del siglo pasado constituyó un desafío que estimuló la producción teórica orientada a formular una visión alternativa sobre los diferentes tópicos abordados por Marx. En particular, una de las preguntas planteadas por este último fue qué relación existe entre la propiedad de los medios de producción y la distribución del ingreso, en el marco de una sociedad capitalista. Puesto que para Marx el ingreso no es otra cosa que "trabajo presente" bajo la forma monetaria, el único ingreso justificado es el salario, mientras que los otros provienen de la distribución de la porción del trabajo que no perciben los trabajadores, es decir, de la plusvalía.

Esta visión generó diversas reacciones por parte de otros pensadores sociales que intentaron explicar las fuentes y determinantes de los ingresos percibidos por los agentes del sistema. El estudio de los ingresos de la propiedad, y en particular del interés, constituyó una constante en los escritos sobre economía de los cientistas sociales de esa época, los que plantearon gran parte de las líneas argumentales que serían posteriormente rescatadas por las generaciones de economistas que, durante las tres primeras décadas del siglo XX, terminaron de configurar el pensamiento neoclásico.

Entre aquellos cientistas sociales, nos referiremos brevemente a Böhm-Bawerk y su teoría del interés, que normalmente se considera el antecedente inmediato del pensamiento de Irving Fisher.

En su libro *Capital and Interest* (1884), Böhm-Bawerk desarrolla una teoría del interés basada en la preferencia en el tiempo. En la primera parte de esta obra, este autor critica las otras teorías del interés, en particular la teoría basada en la productividad. Böhm-Bawerk puede considerarse, en esta etapa de su pensamiento, como un expositor pionero de un enfoque subjetivo en la explicación del interés. Aun cuando no desarrolló todos los elementos involucrados en esta visión, este autor introdujo las líneas argumentales primarias que posteriormente serían integradas en sistemas analíticos más comprensivos desarrollados por la escuela neoclásica. Para este enfoque, el postulado inicial es aceptar que la gente prefiere "bienes presentes" a "bienes futuros", y que la tasa social de preferencia en el tiempo, que es el resultado de las interacciones de los esquemas individuales de preferencia en el tiempo, determina, y es igual, a la tasa de interés pura en la sociedad. Al interior de la economía se desarrolla un amplio mercado temporal de bienes presentes contra bienes futuros, que incluye no sólo el mercado de préstamos, sino también todos los procesos de producción. Los capitalistas gastan en el presente dinero para comprar o rentar tierras y bienes, y contratar trabajo; a cambio reciben las expectativas de ingresos futuros provenientes de la venta de los productos que se obtengan en el proceso de producción. La relación entre los gastos realizados y los ingresos obtenidos es la tasa de ganancia que, para algunas expresiones de la escuela neoclásica, es una forma de la tasa de interés. Puesto que, a largo plazo, todos tratan de evitar las pérdidas y obtener ganancias, la economía tiende a un equilibrio general donde todas las tasas de interés y las tasas de ganancia se igualan, y por lo tanto no existen ganancias o pérdidas empresariales puras (Rothbard,1987).

Cinco años después, Böhm-Bawerk acepta la teoría de la productividad, con el propósito de combinar ésta con la teoría de la preferencia. En su libro *Positive Theory of Capital* (1889), este autor plantea que entre los fundamentos para la explicación del interés, debe considerarse tanto la preferencia en el tiempo como la mayor productividad de los procesos de producción más largos. Sin embargo, en esta versión de su teoría, Böhm-Bawerk dio más importancia a este último factor, puesto que partió de una teoría de la producción basada en una línea de pensamiento clásico: la producción requiere tiempo y, por lo tanto, necesita adelantos en forma de bienes de capital. Los bienes de capital se consideran como medios de producción, y al mismo tiempo como trabajo y tierra almacenados, y su valor se deriva de su utilidad en la producción de bienes futuros. Por lo tanto, los bienes en sí mismos no son productivos; solamente es productivo el proceso de producción que ellos hacen posible. Dentro de éste, existen dos factores primarios que sí son productivos: el trabajo y la tierra. La visión de Böhm-Bawerk está basada en una función de producción en que el grado de "mediates temporal" del proceso de producción se toma como una medida de la intensidad de capital. Así, Böhm-Bawerk intenta evitar la dificultad de derivar cualquier medida agregada de conjuntos heterogéneos de bienes de capital. De acuerdo a esta teoría, la empresa elige el proceso de producción que maximiza el período de producción, dado un cierto capital financiero. Por lo tanto, la oferta y demanda de fondos de la empresa quedan estrechamente ligadas a la teoría de la producción. Para algunos críticos de este enfoque, esto significa que la preferencia temporal determina sólo una parte de la demanda de préstamos y la oferta de ahorro, aquella realizada por los consumidores, mientras que la productividad del proceso de producción determina la parte más importante, es decir, aquella vinculada a las empresas (Rothbard, 1987).

La teoría del interés que construyó Böhm-Bawerk se transformó en la teoría neoclásica de Fisher, pero sólo después de eliminar su teoría basada en la producción y remplazarla por un análisis de las oportunidades de inversión basado en el concepto de capital financiero. Influido por Böhm-Bawerk, Fisher mantuvo la idea de productividad marginal como uno de los determinantes del interés, pero incorporó el fenómeno subjetivo de las preferencias intertemporales como otro de los determinantes, con igual importancia.

Fisher expuso inicialmente su teoría de la determinación de la tasa interés en su libro *The Rate of Interest* (Fisher, 1907). Posteriormente, desarrolló una versión revisada y ampliada de la misma, que publicó bajo el título *The Theory of Interest* (Fisher, 1930). En estas obras, Fisher recurrió frecuentemente a ejemplos numéricos sobre situaciones individuales que sirvieron de base para generalizar a nivel social las conclusiones que obtenía a nivel microeconómico. Cabe anotar dos consideraciones sobre esta metodología. Por una parte, los ejemplos numéricos planteados por Fisher dieron lugar, posteriormente, a diversas interpretaciones por parte de quienes se basaron en ellos para precisar los propios conceptos fisherianos. Así, por ejemplo, en este trabajo nos referiremos a tres interpretaciones diferentes de la tasa de retorno sobre el costo, derivadas por distintos autores a partir de los trabajos de Fisher. Por otra parte, el método de generalizar las conclusiones de un ejemplo particular, tan frecuente en los pensadores neoclásicos, suscita posteriormente discusiones sobre la validez de las mismas en contextos diferentes en el que originalmente se planteó. Como veremos más adelante, un punto de discusión ha sido el intento de la escuela neoclásica de extender conclusiones obtenidas en una marco microeconómico al nivel macro, suponiendo que el sistema de precios no sufre modificaciones al pasar de un contexto a otro, cuando son justamente los precios uno de los elementos claves del problema.

Fisher supone que hay un solo bien de consumo agregado que se produce y consume en diferentes fechas. Además, enfatiza que el "ingreso" es la utilidad subjetiva que da el consumo de este bien. Por lo tanto, la parte de la producción que se ahorra e invierte no es "ingreso"; se transforma en ingreso en el futuro. Los individuos perceptores de ingreso intentan distribuir en el tiempo las cantidades sucesivas de ese ingreso que destinan al consumo, mediante el ahorro o el préstamo. El precio pagado por el ingreso actual, en vez de esperar un ingreso futuro, es la tasa de interés. En términos fisherianos "el interés constituye un índice de la preferencia de la comunidad por un dólar de renta presente sobre un dólar de renta futura". Es decir , Fisher formula el problema como la determinación simultánea de la tasa de interés y de una senda de consumo en el tiempo para un agente individual y para toda la economía. Así, Fisher extiende la teoría del equilibrio general a las relaciones y elecciones intertemporales.

La determinación de la tasa de interés depende de la interacción de la "paciencia" y de la "oportunidad" de la inversión, factores que constituyen las fuerzas subjetivas y objetivas que intervienen en la solución final. Con respecto al primero, Fisher postuló que un individuo típico requerirá más consumo futuro extra que consumo presente como compensación de un trabajo extra. La diferencia es el interés, que Fisher atribuye a la "impaciencia", principio que se basa en que existen circunstancias relativas al ingreso futuro, su período de tiempo y su incertidumbre, las que dan lugar a que la "paciencia" prepondere sobre la "impaciencia". Este factor induce a los individuos a redistribuir su consumo, en el transcurso del tiempo, de manera óptima. En consecuencia, la teoría del ahorro individual puede plantearse a través de una familia de mapas de indiferencia en dos bienes, consumo presente y consumo futuro, sujeta a una restricción presupuestal: el ingreso disponible. De su solución simultánea se puede obtener la elección entre consumo y ahorro presente, consistente con una cierta tasa de preferencia intertemporal. De esta forma, Fisher no aceptó la noción de que el interés es el costo del servicio de un factor de producción llamado "abstinencia" o "espera"; es decir, rechazó que la simple espera incremente el producto.

A continuación, Fisher analiza el principio de la "oportunidad de la inversión", al que asocia la tasa de oportunidad de la inversión o "tasa de rendimiento (retorno) sobre el coste". En su primera versión, esta tasa se define en relación con, por lo menos, dos opciones de inversión que deben compararse. En efecto, la tasa de rendimiento es el tipo de descuento hipotético al que se igualan los valores presentes de dos o más opciones de inversión. Es necesario observar que una tasa a la que dos (o más) posibilidades alternativas de inversión son igualmente rentables, puede o no existir. Además, puesto que estas opciones pueden incluir una diversidad de bienes heterogéneos, sólo será posible determinar el valor de la tasa de retorno (si es que existe) si se cuenta con los precios de los bienes involucrados, es decir, si nos movemos en el marco del análisis parcial.

Los ejemplos numéricos planteados por Fisher dieron lugar a una segunda interpretación de la tasa de retorno. En efecto, Keynes identificó su propia "eficiencia marginal del capital" con la "tasa de rendimiento sobre el coste" de Fisher. Sin embargo, la eficiencia marginal del capital de Keynes, o "tasa interna de rendimiento", se refiere a una sola opción de inversión. Se trata de aquel tipo de descuento que iguala el valor actual de una serie de ingresos futuros con el valor presente del coste total de reposición de la inversión. En otras palabras, la eficiencia marginal del capital (o tasa interna de retorno) es la tasa de descuento (o tasa de interés) que iguala a cero la suma actualizada del flujo de ingresos netos asociado con la inversión. Si la tasa interna de rendimiento es superior al tipo de interés de mercado, esto significa que conviene realizar la inversión. Como veremos más adelante, con base en los propios ejemplos numéricos desarrollados por Fisher, Pasinetti (1969) identifica otra interpretación de la tasa de retorno, con el propósito de contrastar estas definiciones alternativas en el marco de una polémica sobre sus implicaciones para la teoría neoclásica del capital.

Fisher formuló las "oportunidades de inversión" de tal forma que, aparentemente, es posible prescindir de un factor de producción llamado "capital" en la función de producción. De igual forma, tampoco consideró el trabajo y la tierra como factores. Sin embargo, insistió en que el interés no es un costo de producción, donde sólo incluye el trabajo, porque éste es la única fuente de desutilidad y, por lo tanto, es el costo alternativo del consumo. Este enfoque supone que las "oportunidades de inversion" disponibles para un individuo y para la sociedad como un todo, pueden expresarse como un ordenamiento de alternativas que permiten intercambiar consumo presente por consumo futuro. En otras palabras, las "oportunidades de inversión" conforman una frontera (convexa) de posibilidades de producción intertemporal para consumos con diferentes fechas.

Para Fisher, el "capital" es, estrictamente, un monto de fondos financieros disponibles para inversión. Puesto que él supone que la tasa de retorno es una función decreciente del monto invertido por el productor individual, su análisis implica la existencia de una función de producción microeconómica que relaciona cantidad o valor del producto, con cantidad de trabajo y valor de la inversión. En esta función, no todas las variables se pueden medir en unidades físicas, aun a nivel de análisis parcial. En particular, la variable inversión está medida en unidades de valor en cuanto se refiere al valor de conjuntos de bienes físicamente heterogéneos . Por lo tanto, Fisher supone que el sistema de precios está dado.

Por lo visto hasta aquí, para Fisher es crucial suponer que existe un mercado intertemporal de endeudamiento que se equilibra con la tasa de interés, de tal forma que, en principio, la igualdad entre ahorro e inversión determina todas las tasas de interés y las sendas de consumo y producción para todos los individuos y para toda la sociedad.

Fisher se dio cuenta que la tasa de interés puede ser cero o negativa, pero insistió en la idea de que la "impaciencia" es una explicación del interés. El supuso que en equilibrio estacionario con una corriente constante de consumo, los consumidores requerirán una tasa de interés positiva, y que sólo se utilizarán las tecnologías y las oportunidades de inversión que provean una "tasa de retorno sobre el costo" igual a esta tasa de preferencia temporal.

Los conceptos fisherianos sirvieron de antecedentes inmediatos en las discusiones sobre el papel que deben cumplir los mismos en las decisiones óptimas de inversión.

Como ya vimos, un criterio es comparar la tasa interna de retorno con la tasa de mercado para decidir si el proyecto de inversión debe o no realizarse. Un criterio alternativo es el del valor presente de los flujos netos, descontados con la tasa de interés de mercado. Si el valor presente es positivo significa que el proyecto genera una rentabilidad mayor que su costo alternativo, es decir, que la tasa de interés del mercado financiero. Con base en este criterio es posible ordenar los proyectos de acuerdo a su valor neto actual. Sin embargo, el mismo Fisher reconoció que el orden de las opciones de inversión depende del tipo de interés. En efecto, una opción particular puede tener un valor actual mayor que otra si se descuenta con una tasa de interés , y tener un valor actual menor si se descuenta con otra tasa.

Cabe destacar que el criterio de la tasa de rendimiento sobre el coste, versus el criterio de valor presente, fue parte de la permanente preocupación de los economistas que, con posterioridad a Fisher, abordaron el análisis de las reglas que deben guiar las decisiones de inversión de las empresas. Sin embargo, en una primera etapa de estos análisis, quienes participaron en ellos olvidaron frecuentemente un elemento esencial del esquema fisheriano: las preferencias intertemporales en el consumo. Fue Hirshleifer (1958) quien rescató el enfoque de Fisher, al integrar los diversos componentes de su teoría en una elegante presentación gráfica y matemática. Además de considerar las decisiones sobre el consumo, este autor recalcó la necesidad de distinguir entre las oportunidades de producción (inversión productiva) y las oportunidades de intercambio (mercado financiero). Con base en estos elementos, Hirshleifer discute la relevancia de los criterios de decisión alternativos (tasa de rendimiento versus valor presente), bajo tres hipótesis diferentes: una economía competitiva, una economía no competitiva y una economía bajo condiciones de racionamiento del capital. Además, analiza bajo qué supuestos es posible mantener las conclusiones obtenidas en un contexto de más de dos periodos.

La conclusión de Hirshleifer es que, en general, el criterio del valor presente es más apropiado para determinar la inversión óptima. Además, muestra que ambos criterios llevan a un resultado diferente en el caso de más de un período y que puede haber más de una tasa interna de retorno, si existe más de un cambio de signo en los flujos de ingresos asociados a la inversión.

En forma sintética, la exposición diagramática desarrollada por Hirshleifer se realiza situando el ingreso de hoy en el eje horizontal y el ingreso de mañana en el eje vertical, de tal forma que se pueden expresar todas las condiciones posibles de "preferencia" y "oportunidad", en términos de las configuraciones adecuadas de los mapas de indiferencia y de una curva de transformación que exprese las posibilidades de la producción en lo que se refiere a convertir el ingreso presente en ingreso futuro. Se supone, desde luego, que se puede hablar de ingreso como si se tratara de un bien compuesto siempre exactamente por la misma proporción de bienes. El ingreso de mañana significa el del año próximo, ya que si existiera más de un período de inversión posible, no podríamos dibujar el resultado en un diagrama bidimensional.

Las "líneas de preferencia" son convexas hacia el origen, debido a la ley de la utilidad marginal decreciente del ingreso. Su pendiente expresa la preferencia temporal de la comunidad, de la tal forma que si ésta es positiva significa que la línea de preferencia tiene una pendiente absoluta mayor que la unidad; si la preferencia temporal es neutra, la pendiente es igual a la unidad, y se representa por líneas de preferencia simétricas con respecto al vector de 45 grados que parte del origen; si la preferencia temporal es negativa, la pendiente es menor que la unidad.

La "línea de oportunidad" expresa la rentabilidad neta de la inversión. Es cóncava hacia el origen, debido a los rendimientos decrecientes, resultado de tener que sacrificar ingreso presente para obtener ingreso futuro. Cuanto mayor sea la rentabilidad neta, más pronunciada será la pendiente de la línea de oportunidad.

La tasa de interés está determinada por el punto de tangencia de una línea de preferencia con la línea de oportunidad. Tenemos ahora una regla sencilla, que nos dice que la tasa de interés será positiva si el punto de tangencia tiene una pendiente mayor que la unidad. Si suponemos que todos los individuos optimizan sus corrientes de ingreso mediante la comparación de la tasa de rendimiento sobre el coste con la tasa de interés de mercado, llegaremos al resultado de que se invertirá hasta el punto en que la tasa de rendimiento se iguale a la tasa de interés y, a la vez, a la preferencia intertemporal. En el caso particular en que la tangente sea igual a uno, significa que la preferencia temporal es neutral y que el rendimiento neto de la inversión es igual a cero.

En 1966 se publicaron los resultados de un Symposium protagonizado por defensores de dos escuelas diferentes: la neoclásica y la sraffiana. El tema central en discusión fue las implicaciones del retorno de una misma técnica a la frontera tecnológica, en particular con referencia a la teoría del capital neoclásica. Aun cuando no es intención de este trabajo exponer el contenido de esa polémica, es necesario señalar que el concepto "capital", como factor de producción agregado incluido en la función de producción, fue objeto de críticas que lograron minar la confianza excesiva que la escuela neoclásica había depositado en las "parábolas" defendidas por sus más prominentes expositores. En particular, quedó en cuestionamiento el "buen comportamiento" de las relaciones entre el producto per capita, el capital por hombre y la tasa de ganancia. En consecuencia, las demandas derivadas de factores y la propia teoría de la distribución neoclásica fueron susceptibles de exhibir las mismas deficiencias.

La respuesta neoclásica intentó amortiguar los efectos de la crítica de sus oponentes revisando el enfoque dominante al interior de la propia escuela. En efecto, Solow (1967) planteó que a lo largo de esa polémica "la tasa de interés fue considerada un parámetro, cuya variación exógena determina estados alternativos de equilibrio. Es consecuencia de este enfoque que se haya descuidado una importante propiedad de la tasa de interés: a través de todas las vicisitudes de los casos 'normales' y 'anormales'; cualquiera que sea el modo como ella se determine efectivamente; en la medida en que prevalezcan el pleno empleo y la fijación de los precios mediante la competencia, la tasa de interés constituye una medida precisa de la tasa social de retorno sobre los ahorros."

Es evidente la raíz fisheriana de este enfoque. Inspirado en la misma intencionalidad, Solow no recurre al concepto de capital agregado, sino que centra su argumentación en el análisis del retorno futuro sobre el sacrificio de consumo presente, es decir, en la tasa de retorno. Sin embargo, el concepto de tasa de retorno sufre aquí una modificación con el propósito de adecuarlo a la nueva línea de razonamiento. El propio Fisher, al desarrollar sus ejemplos numéricos, dio lugar a una tercera interpretación de la tasa de retorno. En efecto, Pasinetti (1969) enfatiza que Fisher también define la tasa de retorno como la relación entre un aumento permanente en una corriente de ingresos, y el "costo" o "sacrificio" en un periodo de tiempo incurrido al pasar de una alternativa de inversión a otra. Es justamente este concepto el relevante para evaluar si conviene o no pasar de la técnica que se está utilizando para producir un bien, a otra que no está en uso, pero sí disponible. El ejemplo utilizado por Fisher para describir su concepto se basa en que tanto el costo como el sacrificio quedan representados por cantidades de un mismo bien, o de una canasta de bienes de igual composición para ambos, de tal forma que la tasa de retorno resulta ser independiente de los precios. Si la canasta de bienes involucrada en el coste y en el sacrificio fuese heterogénea, sería necesario suponer que los precios están dados, es decir, que el análisis se realiza en el marco del equilibrio parcial. Aquí, el "coste" es la pérdida ocasionada por la retirada de una corriente de ingreso y el "rendimiento" la ganancia que resulta de la sustitución de una nueva corriente de ingreso. En este caso, a diferencia de la primera definición que describimos más arriba, siempre es posible determinar la tasa de retorno asociada al tránsito de una situación a otra, la que puede o no coincidir con la tasa a la cual ambas alternativas son igualmente rentables (si es que esta última existe). Si esta tasa resulta ser mayor que la tasa de mercado, el inversionista realizará el sacrificio. Pero, como señala Pasinetti, "Fisher no considera a la 'tasa de retorno' como una mera definición de una tasa de utilidad específica. Está convencido de que representa algo diferente, o, mejor dicho, algo más que la tasa de ganancia para el sistema económico como un todo: está convencido de que cuando 'las opciones son infinitas en cuanto a su número', tiende hacia el concepto tradicional relativo al 'producto marginal del capital', y por consiguiente representa algo que no solamente es independiente, sino en realidad determinante de 'la tasa de utilidad'". Pero nuevamente aquí reaparecen las limitaciones del enfoque neoclásico, al intentar generalizar a nivel macro las conclusiones que se obtienen en el análisis a nivel parcial. En este último caso, todos los precios en la economía se consideran dados, es decir, se supone que una corriente individual de ingresos netos no se altera cuando cambia la tasa de descuento. Esto no se puede suponer cuando se considera el proceso de inversión para la sociedad como un todo. En primer lugar, si se desea trasladar el tercer concepto fisheriano de la tasa de retorno al nivel macro, es necesario introducir un vector de precios que permita agregar los bienes heterogéneos que integran las diferentes alternativas. Pero ahora sabemos que para determinar el sistema de precios es necesario, a su vez, contar con las variables distributivas. En otras palabras, este concepto de tasa de retorno no es independiente de la propia tasa de ganancia y, por lo tanto, no puede ser su determinante. Pero más aun, si al nivel general, la tasa de ganancia se representa por la tasa interna de retorno del proceso como un todo, para un salario real dado, al variar el factor de descuento, la tasa de salario variará en sentido opuesto, es decir, la pendiente de la curva salario-tasa de ganancia es negativa. Pero es en este contexto, justamente, donde es posible recrear las mismas criticas que se plantearon en el Symposium mencionado, que hacen surgir serias dudas sobre la existencia de una relación monotónica inversa entre la tasa de interés y la inversión. Esto también trae implicaciones sobre el concepto "eficiencia marginal del capital" de Keynes, que él mismo concibió como semejante (idéntico) al de "tasa de retorno sobre el costo" de Fisher. Keynes, al igual que Fisher, se dio cuenta que, en un marco macro, el valor de la corriente de ingresos netos dependía de los precios. En consecuencia, no es tan evidente derivar la demanda agregada de inversión a partir de la relación monotónica del nivel micro.

Mientras el análisis se limite al nivel micro del equilibrio parcial, es claro que la escuela neoclásica reconoce las ventajas y limitaciones del enfoque fisheriano. El propio Fisher reconoció, por ejemplo, la posibilidad de más de una tasa de retorno, para un mismo flujo de ingresos netos. Pero esta limitación no invalida el hecho de que mientras el análisis no exceda los límites del equilibrio parcial competitivo, la consistencia interna del concepto fisheriano está asegurada, ya que los precios relativos son por definición un dato, del mismo modo que las condiciones técnicas. Sin embargo, cuando el debate se traslada al plano macro, es evidente la resistencia en aceptar las implicaciones, por ejemplo, del "retorno de técnicas".

Referencias

Böhm-Bawerk, E. von (1884), *Kapital und Kapitalzins*, trad. *Capital and Interest*, Macmillan, Londres, 1890.

Böhn-Bawerk, E. von (1889), *Positive Theories des Kapitales*, trad. *The positive Theory of Capital*, Macmillan, Londres, 1891.

Fisher, I. (1907) , *The Rate of Interest, Macmillan,* Nueva York.

_______ (1930), *The Theory of Interest, Macmillan,* Nueva York.

Pasinetti, L.(1969), "Switches of techniques and the 'rate of return' in capital theory", *Economic Journal,*

Rothbard, M. (1990), "Time preference", en Eatwell, J., M. Milgate y P. Newman (eds.), *Capital Theory*, Macmillan Press Limited, London.

Solow, R. (1967), "The interest rate and transition between techniques", en Feinstein, C.(ed.), *Capitalism, socialism and economic growth. Essays presented to Maurice Dobb*, Cambridge University Press.

Tobin, J. (1990), "Irving Fisher", en Eatwell, J., M. Milgate y P. Newman (eds.), *Capital Theory*, Macmillan Press Limited, London.

Sobre la teoría de la decisión óptima de inversión[1]

Autor:
J. Hirshleifer

Título original:
On the theory of optimal investment decision

Publicado en:
Journal of Political Economy, Agosto de 1958

Traductores:
Héctor Cervini y Gilma Garza

Este artículo es un intento de solucionar (en un sentido teórico) a través del uso del análisis de isocuantas, el problema de las decisiones óptimas de inversión (en el lenguaje de las empresas, el problema de la presupuestación del capital). La sección inicial revisa los principios establecidos en los famosos trabajos de Irving Fisher,[2] sobre la tasa de interés, para ver qué luz arrojan sobre las dos reglas competitivas de comportamiento propuestas comúnmente por los economistas para guiar las decisiones de inversión: la regla de valor presente y la de la tasa interna de rendimiento.

La siguiente preocupación de este artículo es mostrar que se deben adoptar los principios de Fisher cuando no existe el supuesto, hecho en su análisis, de mercados perfectos de capital; en particular, cuando difieren las tasas a la que se presta y a la que se pide prestado, cuando el capital puede obtenerse únicamente mediante un incremento marginal de la tasa a la que se pide prestado y cuando el capital es "racionado".

En relación con esto último, se examinan ciertos puntos de vista no fisherianos (en particular aquellos de Scitovsky y de los Lutz) acerca de lo correcto del objetivo o criterio final para las decisiones de inversión. La sección III contiene la solución para inversiones en varios periodos y corrige un error de Fisher, el cual ha sido fuente de muchas dificultades. La parte central del análisis justifica las posiciones de aquellos que rechazan a la tasa interna de rendimiento como criterio de inversión y se intenta mostrar en qué consiste el error en este concepto (tal como se lo define comúnmente), y cómo debe redefinirse la tasa interna de rendimiento para que pueda usarse como un indicador confiable. Desde un punto de vista positivo, en el análisis se acepta el uso de la regla de valor presente, pero se muestra que tal regla es, en el mejor de los casos, un indicador parcial de las inversiones óptimas, y de hecho, que bajo ciertas condiciones conduce a un resultado incorrecto.

Argumentaré que los trabajos más recientes sobre las decisiones de inversión adolecen de no considerar las grandes contribuciones de Fisher, la obtención del óptimo considerando las alternativas de consumo en el tiempo y la distinción que hay entre oportunidades de inversión productiva y oportunidades de intercambio. Una implicación de este análisis, aunque no puede ser tratado aquí en detalle, es que las soluciones al problema de la decisión de inversión propuestas recientemente por Boulding, Samuelson, Scitovsky y Lutz son, por lo menos parcialmente, erróneas. Su error común estriba en la búsqueda de una regla o fórmula que indique las decisiones óptimas de inversión *independientemente de las decisiones de consumo.* Dicha búsqueda puede fracasar si se considera al ánalisis de Fisher, el cual considera a la inversión no como un fin en sí mismo, sino como un proceso de distribución del consumo en el tiempo.

A lo largo de este artículo se examinará una situación muy simple en la cual los costos y beneficios de las alternativas individuales de inversión son conocidas con certidumbre y se plantea el problema de seleccionar la escala y la combinación de inversiones. Inicialmente, el análisis será limitado a decisiones de inversión en dos periodos de tiempo. Veremos en secciones más adelante que el análisis de dos periodos puede ser trasladado inmediatamente al análisis de inversiones perpetuas. Sin embargo, para corrientes fluctuantes de ingreso surgen dificultades adicionales cuya solución involucra nuevos problemas.

El análisis para situaciones en las cuales existe perfecto conocimiento de la información es, por supuesto, incompleto, ya que la incertidumbre e ignorancia son la esencia de ciertas características importantes y observables en el comportamiento de las decisiones de inversión. Sin embargo, el análisis de las decisiones óptimas bajo condiciones de certidumbre puede ser justificado como un primer paso hacia una teoría más completa. No se ofrecerá ninguna justificación adicional por considerar este problema supersimplificado, más allá de afirmar que los economistas teóricos tienen un desacuerdo substancial acerca de si el simple hecho de encontrar una solución dentro del esquema standard de la doctrina económica representaría ya una contribución real.

I. Análisis de dos periodos

A. La tasa a la que se pide prestado igual a la tasa a la que se presta (Solución de Fisher).

Revisemos primero la solución de Fisher al problema de las decisiones de inversión, para establecer los antecedentes de los problemas difíciles que serán considerados más adelante.[3] Considere el caso en el cual hay una tasa dada a la cual los individuos (o empresas)[4] pueden pedir prestado y que no se afecta por la cantidad del préstamo que solicitan; una tasa a la cual pueden prestar y que no se ve afectada por el monto de lo que prestan; y que ambas tasas son iguales. Estas son las condiciones usadas por Fisher y representan un mercado perfecto de capital.

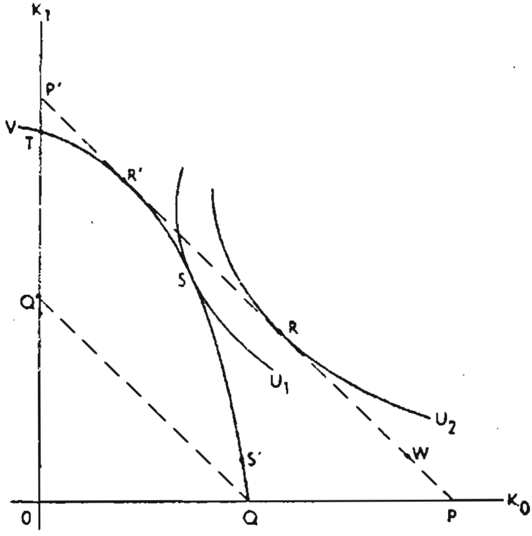


Fig 1. Solución de Fisher

En la figura 1, el eje horizontal K_0 representa la cantidad de ingreso corriente o potencial (o bien la cantidad consumida o disponible para consumo) en el periodo 0; el eje vertical K_1 representa la cantidad de ingreso en el mismo sentido para el periodo 1. El problema de la decisión del individuo es escoger, dentro de las oportunidades que tenga disponibles, un punto óptimo en la gráfica, esto es, un patrón de consumo óptimo en el tiempo. Su punto de partida puede concebirse como un punto sobre cualquiera de los dos ejes (es decir, con todo su ingreso inicial en el periodo 0 ó en el 1), tal como los puntos T o P, o como un punto dentro del cuadrante positivo (es decir, con parte de su ingreso inicial en el periodo 0 y parte en el periodo 1), tales como los puntos S' o W. También puede estar inicialmente en el segundo o cuarto cuadrante donde su situación inicial implicaría ingreso negativo en cualquiera de los dos periodos.

Se supone que el individuo tiene una función de preferencia que relaciona el ingreso en los periodos 0 y 1 y, por lo tanto, puede dibujarse el mapa de esa función de preferencia de la manera usual, siendo U_1 y U_2 las curvas de indiferencia de utilidad de ese mapa.

Finalmente, existen oportunidades de inversión abiertas al individuo. Fisher distingue entre "oportunidades de inversión" y "oportunidades de mercado". Las primeras son transferencias productivas reales entre ingreso en un periodo de tiempo y otro (lo que usualmente pensamos como "inversión física", por ejemplo plantar una semilla); las últimas son tranferencias a través de prestar o pedir prestado (las cuales naturalmente están balanceadas en el mercado de préstamos). Me apartaré del lenguaje de Fisher para distinguir más claramente entre "oportunidades de producción" y "oportunidades de mercado". La palabra "inversión" será usada en un sentido más general e inclusive para referirse a ambos tipos de oportunidades tomadas conjuntamente. Así, podemos invertir al construir una casa (un sacrificio de ingreso presente por ingreso futuro a través de una oportunidad de producción) o prestando en el mercado monetario (un sacrificio de ingreso presente por ingreso futuro a través de una oportunidad de mercado o intercambio). En forma similar, pudimos haber hablado de compra y venta de activos de capital, en lugar de prestar o pedir prestado, al describir las oportunidades de mercado.

En la figura 1, un inversionista en un punto inicial Q enfrenta una oportunidad de mercado ilustrada por la línea punteada QQ'. Esto es, empezando con todo su ingreso en el periodo 0, él puede prestar a una tasa dada, sacrificando ingreso presente por futuro, cualquier cantidad hasta que su K_0 se termine, recibiendo a cambio K_1 de ingreso en el periodo 1. Similarmente, podríamos decir que él puede comprar activos de capital, títulos que le otorgan un ingreso futuro K_1 con su ingreso presente K_0. Siguiendo a Fisher, llamaré "línea de mercado" a QQ'.[5] La línea PP', paralela a QQ', es la línea de mercado disponible a un individuo cuyo punto de partida sea P, en el eje de las x. De nuestro supuesto que la tasa a que se pide prestado es constante e igual a la que se presta, la línea de mercado PP' también es la oportunidad de mercado de un individuo cuyo punto inicial es W, dentro del cuadrante positivo.

Finalmente, la curva QSTV muestra el rango de oportunidades productivas disponibles a un individuo con un punto inicial en Q. Es el conjunto de puntos que alcanza el individuo a medida que sacrifica más y más de K_0, en inversión productiva que rinde K_1. Esta línea de puntos alcanzables, que en forma ambigua Fisher llama "línea de oportunidades", será llamada "curva de oportunidades productivas" o "curva de tranformación productiva". Note que en la concavidad hacia el origen de esta curva están expresados los rendimientos decrecientes de la inversión. Más específicamente, puede considerarse que los proyectos de inversión productivos son jerarquizados mediante la expresión $[\Delta K_1/(-\Delta K_0)] - 1$, la cual puede llamarse "la tasa de rendimiento productiva".[6] Aquí, ΔK_0 y ΔK_1 representan los cambios en el ingreso de los periodos 0 y 1 asociados con el proyecto en cuestión.

Podemos pensar en un conjunto de proyectos que sean jerarquizados de esta manera, en cuyo caso tenemos la tasa de rendimiento productiva promedio para cada proyecto. O podemos ordenar de acuerdo a incrementos infinitesimales de los proyectos, en cuyo caso estaríamos tratanto con la tasa marginal de rendimiento productiva. La curva QSTV será continua y tendrá una primera derivada continua bajo ciertas condiciones, las cuales están relacionadas con la ausencia de proyectos individuales (o incrementos de los proyectos) no divisibles, cuestión que no trataremos aquí.

En cualquier caso, QSTV representa una secuencia de proyectos acomodados de tal manera que comenzaremos con aquel que produzca la más alta tasa de rendimiento productiva en la parte inferior derecha y terminaremos considerando el de más baja tasa de rendimiento cuando el último dólar del periodo sea sacrificado en el extremo superior izquierdo.[7] Es posible encontrarle significado a la parte de QSTV en el segundo cuadrante, donde K_0 se hace negativo. Tales puntos no podrían ser óptimos, por supuesto, con las curvas de indiferencia dibujadas en la figura 1, pero pueden entrar dentro de la determinación de un óptimo. (Este análisis supone que los proyectos son independientes. Las complicaciones que surgen cuando son dependientes serán discutidas en las secciones E y F, más adelante).

El objetivo del inversionista es alcanzar la curva de indiferencia más alta posible. Moviéndose a lo largo de la línea de oportunidad productiva QSTV, la curva de indiferencia más alta posible de alcanzar es U_1 en el punto S. Pero éste no es el mejor punto posible de obtener, ya que el inversionista puede trasladarse al punto R' sobre QSTV, en el cual la línea de mercado es PP', y de ahí moverse en dirección opuesta (pidiendo prestado) a lo largo de PP', hasta lograr una posición mejor en el punto R, sobre la curva de indiferencia U_2.

El inversionista, por lo tanto, obtendrá la solución en dos pasos. Primero, la solución "productiva": -el punto en el cual el individuo dejará de hacer inversiones productivas adicionales- en nuestro ejemplo, R'. Segundo, a partir de ahí, empezará a moverse a lo largo de su línea de mercado hasta el punto en que sus preferencias en el tiempo sean mejor satisfechas, en R. Es decir, él realiza la mejor inversión desde el punto de vista productivo y la "financia" con un préstamo. Un ejemplo práctico es el de construir una casa y entonces pedir prestado mediante una hipoteca sobre ella, con el fin de completar el ingreso para satisfacer el consumo corriente.

Consideremos ahora, a la luz de esta solución, el debate entre las dos "reglas competitivas" de comportamiento para la inversión óptima.[8] La primera de ellas, la regla de valor presente, llevaría al individuo o empresa a adoptar todos aquellos proyectos cuyo valor presente es positivo a la tasa de interés de mercado. Esto tendría el efecto de maximizar el valor presente de la posición de la empresa en términos del periodo 0 y 1. Bajo estas condiciones el valor presente podría ser definido como $K_0 + [K_1/(1 + i)]$, descontando el ingreso del periodo 1 por el factor $(1 + i)$, donde i es la tasa a la que se presta y se pide prestado. Las líneas de mercado se definen considerando que un dólar sacrificado en el periodo cero produce $(1 + i)$ dólares en el siguiente, es decir, son líneas de valor presente constante. La ecuación de estas líneas es $K_0 + [K_1/(1 + i)] = C$, siendo C una constante. La regla de valor presente nos dice que debemos invertir hasta que se alcance la más alta de estas líneas, la cual claramente en la figura 1 se logra en el punto R'. Sin embargo, note que esta regla no dice nada acerca de la forma en que será financiada esta inversión (prestando o pidiendo prestado), lo cual es necesario para obtener el punto óptimo final en R.

La regla de la tasa interna de rendimiento, en la forma considerada aquí, llevaría a la empresa a adoptar cualquier proyecto cuya tasa interna de rendimiento sea mayor que la tasa de interés de mercado. La tasa interna de un proyecto, en general, se define como la tasa de descuento ρ a la cual el flujo de rendimientos netos asociados con el proyecto se reduce a un valor presente de cero (o equivalentemente, la que hace que el valor descontado del flujo de costos sea igual al valor descontado del flujo de ingresos). Podemos escribir:

$$0 = \Delta K_0 + \Delta K_1/(1+\rho) + \Delta K_2/(1+\rho)^2 + \cdots\cdots + \Delta K_n/(1+\rho)^n$$

Para el caso de dos periodos, ρ es idéntica a la tasa de rendimiento productiva, $[\Delta K_1/(-\Delta K_0)] - 1$. En forma semejante a la de la discusión anterior, si se permiten cambios infinitesimales, podemos interpretar este concepto en el sentido marginal. La tasa marginal interna de rendimiento (para dos periodos) se mide por la pendiente de la curva de oportunidades productivas menos uno. En la figura 1, en cada punto compararíamos la pendiente de QSTV con la de las líneas de mercado. Nos moveríamos a lo largo de QSTV mientras que, y a menos que, la pendiente de ésta sea mayor. Evidentemente, esta regla nos llevaría a movernos a lo largo de QSTV hasta que sea tangente con la línea de mercado, en *R'*. Nuevamente, hasta ahora nada se ha dicho de lo que necesitamos para financiar la inversión, es decir, prestar o pedir prestado para obtener el óptimo.

Al menos para el caso de dos periodos, tanto la regla de la tasa interna de rendimiento como la del valor presente conducen a respuestas idénticas,[9] las cuales son las mismas que las obtenidas de nuestro análisis de isocuantas en lo que se refiere a decisiones de inversión productiva. Sin embargo, ambas reglas no dicen nada acerca del intercambio de mercado entre K_0 y K_1 lo cual es necesario si se quiere obtener el óptimo. Este segundo paso es obviamente parte de la solución. Si no hubiera habido oportunidades de prestar y pedir prestado, entonces, el mejor punto que hubiera podido lograrse sería *S* y el proceso de inversión productiva no se hubiera llevado hasta el punto *R'*. No podemos afirmar que ambas reglas están definitivamente equivocadas, pero sin oportunidades de mercado no hubiera habido la tasa de interés que se requiere para calcular el valor presente o para compararla con la tasa interna de rendimiento. Queda por ver si ambas reglas pueden ser generalizadas para aplicarse a casos en donde no hay una tasa de interés simple de mercado para pedir prestado o prestar ilimitadamente. Debe observarse que en comparación con el análisis de isocuantas, ambas reglas llevan sólo a una solución parcial.

B. Cuando difieren las tasas a la que presta y se pide prestado

Debemos apartarnos ahora del análisis de Fisher, o extenderlo al caso que él no considera. Se sigue suponiendo que las tasas a las que se presta y pide prestado permanecen constantes e independientes de los montos demandados u ofrecidos por el individuo o la empresa que estamos considerando. Pero ahora suponemos además, que estas tasas no son iguales, siendo mayor la tasa a la que se pide prestado que a la que se presta.[10] En la figura 2 se muestra el mismo mapa de indiferencia, sólo que ahora únicamente se muestra la isocuanta U_1. Sin embargo, ahora tenemos dos líneas de mercado en la gráfica: la de mayor pendiente (la punteada) representa las oportunidades para pedir prestado (note la dirección de las flechas) y la de menor pendiente (la línea continua) representa las oportunidades de prestar. Las líneas repintadas muestran dos grupos de posibles oportunidades productivas, donde ambas llevan a soluciones a lo largo de U_1.

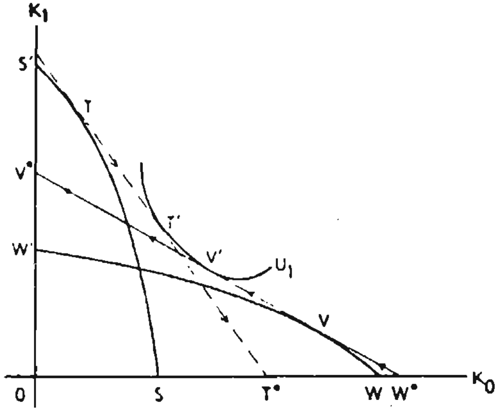


Fig. 2. Extensión de la solución de Fisher para diferentes tasas a la que se presta y a la que se pide prestado

Comenzando con una cantidad OW de K_0, un inversionista con una oportunidad de producción WVW' se movería a lo largo de WVW' hasta V, punto en el cual él puede *prestar* para obtener el óptimo de sus preferencias en el tiempo, con U_1 en V'. La curva STS' representa una posibilidad más productiva; comenzando con únicamente OS de K_0, el inversionista puede moverse a lo largo de STS' a T y entonces *pedir prestado*, moviéndose en sentido contrario a lo largo de la línea punteada hasta llegar a T', el punto de tangencia con U_1. Note que el conjunto total de oportunidades dadas (los puntos alcanzables a través de cualquier combinación de las oportunidades productivas y de mercado) es WVV* para el primer caso y S'TT* para el segundo.

Un análisis más detallado muestra que no tenemos todavía la solución completa, existe una tercera posibilidad. Un inversionista con un conjunto de oportunidades productivas y un punto inicial en el eje K_0, nunca dejará de moverse a lo largo de él, en la dirección de un mayor K_1 , mientras la tasa marginal productiva de rendimiento sea mayor que la tasa a la cual se puede pedir prestado, tampoco se moverá más allá a lo largo de ese conjunto de oportunidades, cuando la tasa marginal productiva de rendimiento sea menor que la tasa a la que puede prestar. Suponiendo que están disponibles algunas inversiones iniciales, con una tasa de rendimiento productivo mayor que la tasa a la que se puede pedir prestado, el inversionista deberá moverse a lo largo del conjunto de oportunidades productivas hasta que la tasa a la que puede pedir prestado se alcance. Si en este punto, él puede alcanzar una utilidad mayor pidiendo prestado, la inversión productiva debe terminar y deberá empezar a pedir prestado; el inversionista estará en un punto como T en la figura 2. Si el préstamo disminuye su utilidad, entonces deberá continuar haciendo inversiones productivas. Suponga que la inversión se lleva a cabo hasta el punto en que los rendimientos decrecientes llevan a la tasa de rendimiento productivo por debajo de la tasa a la que pueda prestar. Entonces, si prestar aumenta su nivel de utilidad, debe suspender aquí sus inversiones productivas y empezar a prestar; el inversionista estaría en un punto como V en la figura 2. ¡Pero suponga que el inversionista se da cuenta que prestar también disminuye su utilidad! Lo único que puede significar esto es que la tangencia del conjunto de oportunidades productivas con una curva de indiferencia se dio a una tasa marginal de rendimiento productiva entre la que presta y la que pide prestado. En este caso, el óptimo se logra directamente con las decisiones de inversión productiva, y no se requiere ni prestar ni pedir prestado, igualando la tasa marginal de rendimiento productiva con la tasa marginal de sustitución (en el sentido de preferencias en el tiempo) a lo largo de la isocuanta de utilidad.

Estas soluciones se ilustran en la figura 3, dividiéndola en 3 zonas. En la zona I, la tasa a la que se pide prestado es relevante. La solución de tangencia con la línea de mercado definida a la tasa a la que pide prestado, como en T, es llevada en sentido contrario pidiendo prestado hasta el punto de tangencia con la isocuanta en T'. Todas estas soluciones finales caen en la línea OB, la cual conecta todos los puntos en que la tangente de la isocuanta de utilidad es igual a la tangente de la línea de mercado a la que se pide prestado. La zona III es aquella donde la solución productiva involucra la tangencia con la línea de mercado definida a la tasa a la que se presta (como en V); esta solución es llevada hacia adelante prestando hasta obtener la tangente óptima final con una isocuanta de utilidad a lo largo de la línea OL, como el punto V'. La línea OL es aquella que une todos los puntos en los cuales la pendiente de la isocuanta es igual a la pendiente de la línea de mercado a la que se presta. Finalmente, las soluciones en la zona II ocurren cuando el conjunto de oportunidades productivas, por ejemplo QRQ', tiene una pendiente mayor que la tasa a la que se presta en la zona III y una pendiente menor que la tasa a la que se pide prestado en la zona I. Por lo tanto, tal serie de puntos deben ser tangentes a una de las curvas de indiferencia en la zona II.

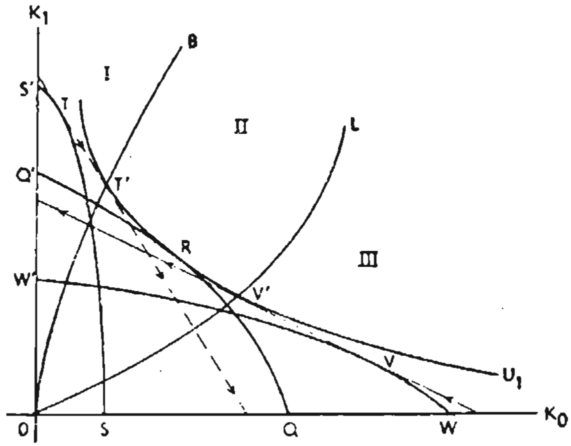


Figura 3. Solución para tres zonas con diferentes tasas a la que se presta y a la que se pide prestado

Por analogía con la discusión en la sección anterior, podemos concluir que la tasa a la que se pide prestado llevará a respuestas correctas (en las decisiones de inversión productiva, sin considerar la cuestión de financiamiento) bajo la regla de valor presente o la tasa interna de rendimiento cuando la situación involucre una solución dentro de la zona I. Análogamente, la tasa a la que se presta será apropiada y llevará a decisiones de inversión correctas para soluciones dentro de la zona III. Sin embargo, para soluciones en la zona II ninguna será la correcta. De hecho, habrá una tasa entre las dos que nos conduzca a resultados correctos. Hablando formalmente, podemos describir esta tasa de descuento correcta como la tasa marginal de oportunidades productivas,[11] la cual en el punto de equilibrio sería igual a la tasa marginal subjetiva de preferencia en el tiempo. En tal caso, ninguna regla es satisfactoria, en el sentido de proporcionar la solución productiva, sin hacer referencia a isocuantas de utilidad. Sin embargo, únicamente es necesario conocer las pendientes comparativas de la isocuanta de utilidad y de la frontera de oportunidades productivas. Por supuesto que aunque ambas reglas se consideren "satisfactorias", podrían confundirse al implicar que las decisiones de inversión productivas pueden ser hechas correcta e independientemente de las decisiones de "financiamiento".

Esta solución, vista en retrospectiva, puede parecer obvia. Cuando las oportunidades de producción, preferencias en el tiempo y oportunidades de mercado (o financiamiento) están relacionadas de tal manera que se requiere la tasa a la que se pide prestado para obtener el óptimo, ésta será la correcta para realizar la decisión de inversión productiva. La tasa a la que se presta es irrelevante, porque la decisión en el margen involucra un balance del costo del préstamo y el rendimiento de inversiones productivas adicionales, siendo ambas mayores que la tasa a la que se presta. Las oportunidades de prestar siguen estando disponibles, pero la tasa de rendimiento sobre los préstamos que se hagan es menor que la tasa marginal de rendimiento productiva más baja que debemos considerar, igual a la tasa a la que se pide prestado que debemos pagar, y por lo tanto, la alternativa de prestar es irrelevante. En lugar de esto, la alternativa relevante a la inversión productiva es una reducción en los préstamos pedidos, lo cual en términos de ahorro de intereses es más remunerativa que prestar. Similarmente, cuando al tomar en cuenta todas las consideraciones concluimos que debemos prestar parte de los fondos corrientes de capital de la empresa, el pedir prestado no es un costo relevante incurrido en financiar inversiones productivas. La alternativa relevante a incrementar la inversión productiva es la cantidad que se deja de prestar. Aunque estas consideraciones parecen obvias, existen desacuerdos dentro de la literatura de si es correcta la tasa a la que se presta o la tasa a la que se pide prestado.[12]

C. Costo marginal creciente de pedir prestado

Mientras que, por razones prácticas, generalmente se considera como satisfactorio suponer constante la tasa a la que se presta (es decir, el inversionista no disminuye la tasa a la que presta como consecuencia del monto de sus préstamos), es importante tomar en cuenta el caso en el cual incrementos de lo que se pide prestado puede darse únicamente con costos crecientes. No obstante, esta complicación no requiere modificaciones esenciales de principio.

La figura 4 muestra, como en las anteriores, un conjunto de oportunidades productivas QR'T y una curva de indiferencia U_1. Para simplificar, supondremos que la tasa marginal a la que se pide prestado crece en la misma proporción, independientemente de que el inversionista empiece a pedir prestado en el punto R', S', W', o en cualquier otro punto a lo largo de QR'T (por supuesto, él no puede empezar a pedir prestado en Q, es decir, sin tener K_1 que ofrecer a cambio de más K_0) . Bajo este supuesto, podemos dibujar curvas de mercado, ahora cóncavas hacia el origen, como R'R, S'S y W'W. La curva TE representa el total de oportunidades, por ser la envolvente de esas curvas de mercado, es decir, TE une todos los puntos de las curvas de mercado que representan el máximo K_0 que puede alcanzarse para cualquier K_1 dado. Por construcción de una curva envolvente, TE será tangente a una curva de mercado en cada punto. El óptimo se obtiene simplemente donde TE es tangente con la más alta curva de indiferencia que pueda lograrse, en la gráfica es el punto R en U_1. Para alcanzar R, el inversionista debe explotar sus oportunidades productivas hasta el punto R' y entonces empezar a pedir prestado a lo largo de su curva de mercado en R.

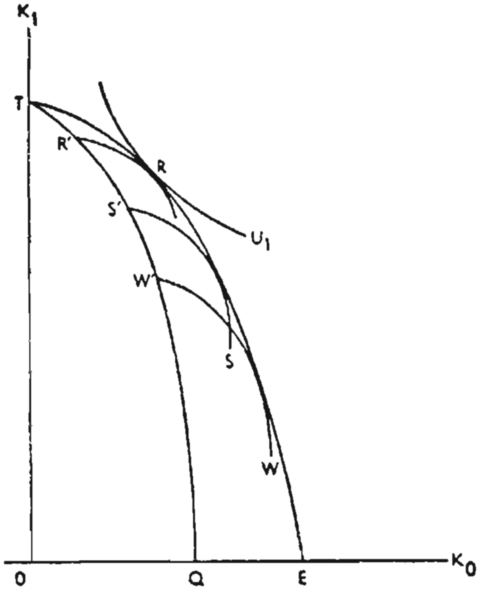


Fig. 4. Costo marginal de pedir prestado creciente

La discusión anterior se aplica únicamente a la solución en la llamada zona I de la sección anterior (donde es relevante la tasa a la que se pide prestado). Dependiendo de la naturaleza de las oportunidades productivas, una solución en la zona II o III sería posible bajo los supuestos de esta sección. Sin embargo, las conclusiones en relación a las reglas de valor presente y tasa interna de rendimiento no varían para las soluciones en la zona II y III. Unicamente hay modificaciones en la zona I.

La pregunta importante es qué tasa de descuento usar para estas reglas. La intuición nos dice que la tasa que represente el *costo marginal* de pedir prestado deberá ser usada como tasa de descuento para soluciones de la zona I, ya que las inversiones productivas se llevarán a cabo hasta el punto justificado por el costo asociado con incrementos en los préstamos pedidos.[13] Esto es, la pendiente de la envolvente para cualquier punto (por ejemplo, R) es la misma que la pendiente de la curva de oportunidades productivas en el punto correspondiente (R'), unido por la curva de mercado.[14] Si este es el caso, la tasa de descuento determinada por la pendiente en la tangencia con U_1 en un punto como R, llevará a que las inversiones productivas se reduzcan hasta R', bajo las reglas consideradas. Por supuesto que esto es nuevamente una aseveración puramente formal. Hablando operativamente, las reglas pueden no tener gran valor, ya que la tasa de descuento usada no se conoce previamente independientemente de la función de utilidad (preferencias en el tiempo).

D. Racionamiento del "capital": una controversia común

La discusión anterior provee la clave para resolver ciertas discrepancias que existen sobre lo que constituye una decisión óptima de inversión bajo "racionamiento de capital" o "presupuesto fijo de capital". Se dice que esta condición existe cuando la empresa, el individuo, o quizá el departamento de gobierno en consideración, no puede pedir prestado "capital" adicional, y se limita a hacer el mejor uso o distribución posible del "capital" que posee.[15] En la literatura teórica, Scitovsky expresa una idea muy similar, quien al considerar la disponibilidad de capital (en el sentido de "fondos corrientes de capital") como un factor limitante del tamaño de la empresa, propone como criterio de inversión el de maximización de las "utilidades por unidad de capital invertido."[16] En contraste, Lutz y Lutz proponen como criterio de inversión a la maximizacion de la tasa de rendimiento del capital propiedad del empresario, al cual consideran fijo.[17]

Es interesante analizar estos conceptos con más detalle en términos de nuestro modelo fisheriano. Scitovsky define "capital" como fondos corrientes de capital (nuestro K_0) requeridos en el proceso productivo, ya que transcurre un lapso de tiempo entre las erogaciones que se realizan para cubrir el costo de los insumos y los ingresos obtenidos de la producción de bienes.[18] Sin embargo, usando esta definición de "capital", éste sería fijo para la empresa sólo bajo ciertas condiciones peculiares; por ejemplo, cuando haya una discontinuidad en el mercado de fondos de capital, tal que la tasa marginal a la que se pide prestado se convierta repentinamente en infinita al monto que está pidiendo prestado la empresa.[19] Sin discontinuidad, una tasa marginal a la que pide prestado infinitamente alta nunca representaría una posición de equilibrio para el que pide prestado, a menos que su preferencia por el ingreso presente sobre el futuro sea absoluta. Y, por supuesto, si la tasa marginal a la que pide prestado no es infinita, no se puede decir que los fondos de capital corriente sean fijos. Sin embargo, mientras que este caso puede considerarse como peculiar y poco probable de surgir en cualquier sentido estricto, puede ser aceptable como una aproximación a ciertas situaciones que ocurren en la práctica, especialmente en el corto plazo, quizá como resultado de malos cálculos. Se puede decir que, a veces, una división de una empresa o un departamento de gobierno enfrenta infinitas tasas marginales a las que pide prestado, una vez que se ha agotado su presupuesto, hasta que la siguiente reunión del consejo de directores o el Congreso los provea de más fondos.

Por otro lado, es difícil descifrar el significado de los Lutz cuando hablan del capital propiedad del empresario como fijo. En el análisis fisheriano, la "propiedad" de los activos presentes o futuros es una forma legal sin significado analítico, comprar un activo que produce un ingreso futuro con fondos corrientes, es simplemente prestar, mientras que vender ingreso es lo mismo que pedir prestado. No obstante, en un sentido más fundamental, podemos pensar en la empresa como "propietaria" del conjunto de oportunidades, o al menos de las oportunidades productivas físicas que tenga disponibles, y esto es lo que quizá los Lutz tienen en mente. Entonces, la casa de Robinson Crusoe puede ser considerada como el "capital que posee" un recurso que produce ingreso de consumo tanto en el presente como en el futuro. El problema es que los Lutz parecen estar pensando el "capital propio" como el valor de los recursos productivos (en la forma de bienes de capital) propiedad de la empresa,[20] pero los bienes físicos de capital propios no pueden convertirse en un valor del capital sin ser descontado el flujo de ingresos a una tasa de descuento. Pero, puesto que, como ya hemos visto, la tasa de descuento relevante para las decisiones de la empresa no es (excepto si existe un mercado de capital perfecto) una entidad independiente, sino que está determinada dentro del análisis, el *valor del capital* no puede, en general, considerarse como fijado independientemente de la decisión de inversión.[21]

Como el espacio no permite una crítica completa al importante trabajo de los Lutz, vale la pena mencionar que, desde un punto de vista Fisheriano, empieza con el pie equivocado. Buscan un criterio o fórmula última con el cual guiar las reglas de decisión de inversión y colocarse dentro de la "maximización de la tasa de rendimiento del capital poseído por el inversionista", en lo que parece estar dentro del campo puramente intuitivo. El enfoque Fisheriano, en contraste, integra la decisión de inversión con la teoría general de selección el objetivo de maximizar la utilidad sujeta a ciertas oportunidades y restricciones. En estos términos, se puede dar validez a ciertas fórmulas como reglas aproximadas útiles para ciertas clases de problemas, como lo intento mostrar aquí. No obstante, el criterio último de selección Fisheriano -el balance óptimo de las alternativas de consumo en el tiempo- no se puede reducir a las fórmulas usuales.

En vez de comprometernos en discusiones sobre los diferentes sentidos en que se puede decir que el "capital" es fijo para la empresa, será más instructivo ver cómo el enfoque Fisheriano resuelve el problema de "racionamiento de capital". Usaré como ilustración lo que podría llamarse una "situación Scitovsky", en la cual el inversionista ha incurrido en una discontinuidad haciendo infinita la tasa marginal a la que pide prestado.

Considero este caso (el cual pienso que es empíricamente significativo sólo en el corto plazo), como una situación modelo que fundamenta la discusión del "racionamiento del capital".

Una tasa a la que se pide prestado infinita hace que la línea punteada (de pedir prestado) de las figuras 2 y 3 sea esencialmente vertical. En consecuencia, la curva OB de la figura 3 cambia hacia la izquierda hasta hacer que la zona I desaparezca para propósitos prácticos. Existen entonces soluciones en las zonas II y III. Un conjunto de oportunidades de inversión como WVW', en la figura 3, se hace menos pronunciado que la pendiente de las oportunidades de prestar en la zona III, en cuyo caso el inversionista invertiría hasta el punto V y de ahí en adelante prestaría hasta encontrar la solución de tangencia, alcanzada en V', que estaría en algún punto sobre la curva OL de la figura 3. Si en un conjunto de oportunidades de inversión, como QRQ' de la figura 3, sigue siendo más pronunciada su pendiente que la tasa a la que presta, una vez que se cruza con OL, se llevarán a cabo inversiones hasta que sea tangente con alguna curva de indiferencia como U_1 en un lugar a la izquierda de OL, donde ni se presta ni se pide prestado.

En términos de las reglas de valor presente o tasa interna de rendimiento, bajo estas condiciones las decisiones deben basarse en la tasa a la que se presta (como tasa de descuento patrón de comparación) si la solución está en la zona III. Aquí, de hecho, se presta, ya que movimientos hacia arriba y a la izquierda siguen siendo deseables cuando la última inversión se realiza con una tasa de rendimiento mayor que la tasa a la que se presta. Si la solución está en la zona II, la tasa a la que se presta no debe ser usada. Las inversiones que muestran valor presente positivo (o equivalentemente, con tasa de rendimiento interna superiores a la tasa a la que se presta) no serán, sin embargo, deseables después que se alcance un punto de tangencia que iguale la pendiente de las oportunidades de inversión y la pendiente de las preferencias en el tiempo. La tasa correcta, hablando formalmente, es la tasa marginal de oportunidad. La solución cambia sólo ligeramente cuando consideramos a un individuo aislado como Robinson Crusoe o una comunidad como una nación bajo autocracia (o como la economía mundial tomada como un todo). En esta situación no es posible ni prestar ni pedir prestado, en nuestro sentido, ya que sólo existen oportunidades productivas y únicamente son posibles las soluciones de la zona II. Este el caso más extremo derivado del supuesto de mercados perfectos de capital.[22]

Como en el caso de las soluciones en la zona II que surgen sin racionalización del capital, las reglas de valor presente o tasa interna de rendimiento pueden ser modificadas formalmente para aplicarse a las soluciones de la zona II, típicas bajo racionalización del capital. La tasa de descuento a ser usada para calcular los valores presentes o para compararla con la tasa interna de incrementos del proyecto, es la tasa dada por la pendiente de la tangencia en la zona II (la tasa marginal de rendimiento productiva); con esta tasa, las reglas dan una respuesta correcta. Pero esta tasa no puede obtenerse sino hasta que se tenga la solución y, por lo tanto, no sirve para lograr la solución. La excepción es la solución dentro de la zona III, la cual implica prestar y puede surgir en una "situación Scitovsky". Aquí debe usarse, por supuesto, la tasa a la que se presta . La tasa de descuento indeterminada, que conduce a resultados correctos cuando se usan las reglas para obtener soluciones en la zona II en algunos problemas, puede considerarse como un precio sombra que refleja la tasa de rendimiento productiva de la mejor oportunidad alternativa, la cual no ha sido explotada.

El lector debe tener curiosidad de saber por qué, en la situación Scitovsky, el resultado del análisis no fue un resultado Scitovsky, es decir, que la decisión óptima de inversión sea tal que maximice la tasa (promedio) interna de rendimiento sobre los fondos de capital presentes (K_0) de la empresa. En la figura 3, para una empresa con un punto inicial OQ de K_0 y que enfrenta un conjunto de oportunidades productivas QRQ', la tasa de rendimiento promedio (K_1 recibido por unidad de K_0 sacrificado) es un máximo para un movimiento infinitesimal a lo largo de QRQ', ya que entre más se aleje, más disminuirán las tasas de rendimiento marginales y promedio. Tal regla implica permanecer en Q, lo cual es obviamente una decisión errónea.

¿Cómo puede esto hacerse consistente con el argumento intuitivamente plausible de Scitovsky, de que la empresa siempre busca maximizar sus rendimientos sobre el factor fijo, y con el supuesto de que los fondos de capital presentes sean fijos?[23] La respuesta es que el argumento es aplicable sólo para un factor "fijo" en el sentido de que no tenga usos alternativos. Se ha supuesto aquí que K_0, los fondos de capital presentes, están fijos, pero no en el sentido que Scitovsky debió haber pensado. Aquí, el concepto usado es que no pueden haber préstamos adicionales, pero se considera la posibilidad de consumirse los fondos presentes como una alternativa a invertirlos. Sin embargo, para Scitovsky, los fondos *deben* invertirse. Si el ingreso corriente K_0, de hecho no tiene otros usos aparte del de convertirlo en ingreso futuro K_1 (esto significa una preferencia absoluta del ingreso futuro sobre el ingreso presente), la regla de Scitovsky podría indicarnos, correctamente, escoger el más alto punto sobre el eje de K_1.[24] De hecho, nuestras preferencias en el tiempo son más balanceadas; existe una alternativa de uso para K_0 (consumo). Sin embargo, aún en situaciones de Scitovsky, balancearemos K_0 y K_1 en el margen y no simplemente aceptar el máximo K_1 que podemos obtener a cambio de todo nuestro K_0 constante.[25] Los análisis de Scitovsky, de los Lutz y de otros autores recientes, frecuentemente nos llevan a soluciones incorrectas porque cometen el error de no tomar en cuenta las oportunidades alternativas de consumo, las cuales integró Fisher en su teoría de la decisión de inversión.

E. Oportunidades de inversión dependientes

Siguiendo a Fisher, hasta ahora, las oportunidades de inversión se han supuesto independientes entre sí, siendo posible jerarquizarlas de cualquier manera que deseemos. En particular, fueron ordenadas en términos de la tasa de rendimiento productiva decreciente de las figuras 1 a la 4; la concavidad resultante produjo soluciones únicas de tangencia con las curvas de utilidad o de mercado. Pero suponga ahora, que hay 2 conjuntos mutuamente excluyentes de oportunidades de inversión. Entonces, podemos considerar construir una fábrica en el Este o el Oeste, pero no ambas. Contemplando las alternativas, las oportunidades del Este pueden verse como la curva QV'V y las oportunidades del Oeste como QT'T en la figura 5.[26]

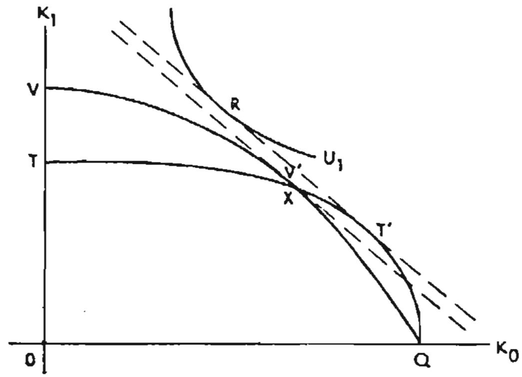


Figura 5. Oportunidades de inversión dependientes, dos curvas de oportunidades de inversión alternativas.

¿Cuál es mejor? De hecho, las soluciones siguen siendo derivadas directamente de los principios de Fisher, aunque mucha dependencia complica los cálculos en la práctica, y en algunos tipos de casos falla la hasta ahora infalible regla de valor presente. En el más simple de los casos, en el cual las tasas a la que se presta y se pide prestado son constantes e iguales (un mercado perfecto de capital), la curva QV'V es tangente a la línea de valor presente más alta en V', mientras que el mejor punto sobre QT'T es T'. Es necesario considerar únicamente a éstas, y aquella que alcance la línea de valor presente más alta (QT'T en T,' en este caso) permitirá al inversionista alcanzar la curva de indiferencia más alta posible, U_1 en R. En contraste, la regla de la tasa interna de rendimiento localizaría los puntos T' y V', pero no podría discriminar entre ellos. Cuando difiere la tasa a la que se presta de la tasa a la que se pide prestado, como en la figura 2 (interpretando ahora las 2 curvas de oportunidades productivas de esa figura como alternativas mutuamente excluyentes), deben compararse la solución en V, donde se presta, con la solución en T, donde se pide prestado. Para encontrar el *optimum optimorum*, deben conocerse las curvas de indiferencia (en la figura 2 las dos soluciones alcanzan la misma curva de indiferencia). Note aquí que el valor presente no es una guía confiable; de hecho, el valor presente de la solución V (= W*) a la tasa de descuento relevante para él (la tasa a la que se presta) es mucho mayor que el de la solución en T (= T*) a su tasa de descuento (la tasa a la que se pide prestado), cuando en realidad las dos son indiferentes. Suponer una tasa a la que se pide prestado creciente no crea nuevas dificultades esenciales.

Otra forma de dependencia, ilustrada en la figura 6, causa dificultades y no modifica en esencia el resultado. Aquí, los proyectos a lo largo del conjunto QQ' de inversión productiva no son enteramente independientes, ya que estamos forzados a adoptar algunos de bajo rendimiento antes de ciertos proyectos de altos rendimientos. Nuevamente, hay una posibilidad de algunos óptimos locales como V y T, los cuales pueden ser comparados a lo largo de las mismas líneas como en las usadas en ilustraciones anteriores.

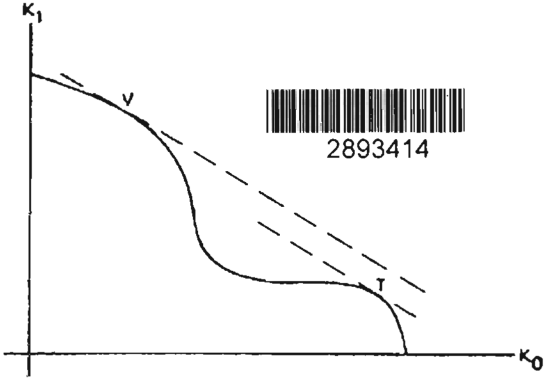


Figura 6. Oportunidades de inversión dependiente, los proyectos más pobres son prerrequisitos para los mejores.

F. Conclusión del análisis de 2 periodos

Las soluciones para las decisiones de inversión óptimas varían de acuerdo a dos clasificaciones de los casos. La primera clasificación se refiere a la forma en que existan las oportunidades de mercado para la agencia que toma las decisiones; la segunda se refiere a la ausencia o presencia de oportunidades productivas dependientes. Los casos más simples y extremos de la primera clasificación son: a) un mercado perfecto de capital (oportunidades de mercado tales que prestar o pedir prestado puede hacerse a la misma tasa fija) y b) sin oportunidades de mercado, como en el mundo de Robinson Crusoe. Cuando hay un mercado perfecto de capital, el conjunto total disponible es un triángulo (considerando únicamente el primer cuadrante) como OPP,' de la figura 1, tangente con el conjunto de oportunidades productivas. Cuando no existe mercado de capital, el conjunto total disponible es simplemente la curva de oportunidades productivas. No es difícil ver cómo las diferentes formas de imperfección del mercado de capital entran dentro de estos extremos.

Cuando se mantiene la independencia de las oportunidades físicas (productivas), las oportunidades pueden ser jerarquizadas en orden de tasa de rendimiento decreciente. Geométricamente, si se adopta el conveniente supuesto de continuidad, independencia significa que el conjunto de oportunidades productivas es en todos lados cóncavo hacia el origen, como QS'TV de la figura 1. La dependencia puede tomar diferentes formas (ver figuras 5 y 6), pero en cada caso, que no sea la dependencia trivial, significa que el conjunto de oportunidades productivas es simplemente cóncavo. Esto es obvio de la figura 6. En la figura 5 cada uno de los conjuntos alternativos considerados separadamente es cóncavo, pero el conjunto efectivo es la envolvente exterior de los conjuntos sobrepuestos de puntos disponibles, esto es, el conjunto de oportunidades productivas corre a lo largo de QT'T hasta x, y entonces se pasa a la curva QV'V.

Con esta clasificación puede presentarse una tabulación de las diferentes soluciones; sin embargo, también serviría el breve resumen siguiente de los principios generales

1. La regla de la tasa interna de rendimiento fracasa siempre que hayan tangencias múltiples, el resultado normal para oportunidades productivas dependientes.

2. La regla de valor presente funciona cuando la otra sirve y, además, discrimina correctamente entre tangencias múltiples cuando existe un mercado perfecto de capital (o, por extensión, cuando una única tasa de descuento puede determinarse para la comparación

por ejemplo, cuando todas las tangencias alternativas ocurren dentro de la zona I o todas están en la zona III).

3. Ambas reglas sirven únicamente en un sentido formal cuando la solución implica tangencia directa entre un conjunto de oportunidades productivas y una isocuanta de utilidad, ya que la tasa de descuento necesaria para el uso de ambas reglas es la tasa marginal de oportunidad- un producto de análisis.

4. Los casos donde aun la regla de valor presente falla (puede dar, de hecho, respuestas incorrectas) implica la comparación de tangencias múltiples que surgen de inversiones dependientes cuando, además, no existe mercado perfecto de capital. Un ejemplo importante es la comparación de una tangencia en la zona I, con un préstamo, y otra en la zona III, con un monto prestado. Sólo haciendo referencia a un mapa de utilidad pueden obtenerse las respuestas correctas para tales casos.

5. Aun cuando una o ambas reglas sean correctas, no sólo en un sentido formal, la respuesta dada es la "solución productiva", sólo parte del camino hacia el logro de un óptimo de utilidad. Aun más, esta decisión productiva es óptima sólo cuando puede suponerse que la decisión de financiamiento asociada a ella será de hecho realizada.

II. Una nota breve sobre perpetuidades

Una forma tradicional de manejar el caso de periodos múltiples en la teoría del capital ha sido considerar a las decisiones de inversión como la selección entre fondos corrientes y flujos perpetuos de ingreso futuro. Para muchos propósitos esta es una valiosa idea simplificadora. Sin embargo, aquí no puede adoptarse porque la esencia de las dificultades prácticas que han surgido en las decisiones de inversión de periodos múltiples, el problema de la *reinversion* es la necesidad de hacer intercambios productivos o de mercado entre ingresos en periodos futuros. De hecho, la consideración en caso de perpetuidad es, en un sentido, únicamente una variante del análisis para dos periodos, en el cual hay un solo presente y un solo futuro. En el caso del análisis de perpetuidad, el futuro se alarga, pero no podemos considerar transferir entre diferentes periodos en el futuro.

Todos los resultados para dos periodos en la Sección I pueden modificarse fácilmente para aplicarlos a la selección entre fondos corrientes y perpetuos. En lugar de ingreso K_1, en las figuras para el periodo 1 se puede hablar de una tasa anual de ingreso k. Las curvas de oportunidades productivas y las de preferencia en el tiempo conservarán sus formas. Las líneas de valor presente constante (líneas de prestar y pedir prestado) son expresadas por la ecuación $C = K_0 + (k/i)$ en vez de $C = K_0 + K_1/(1 + i)$. La "tasa interna de rendimiento" será igual a $k/-\Delta K_0$. El resto del análisis es el mismo, pero en lugar de tratarlo, únicamente consideraré el caso de periodos múltiples en una forma más general.

III. Análisis de periodos múltiples

Prevalecen grandes dudas en cómo generalizar los principios del análisis de dos periodos al caso de periodos múltiples. Los problemas que han dificultado el análisis del caso de periodos múltiples son de hecho un resultado de generalizaciones inapropiadas de métodos de solución que conducen a resultados correctos en el análisis simplificado de dos periodos.

A. La regla de la tasa interna de rendimiento versus la de valor presente

En el análisis de periodos múltiples no hay dificultad formal en generalizar las curvas de indiferencia de la figura 1 a una estructura de indiferencia de cualquier dimensión. También las líneas de valor presente constante o las líneas de mercado se convierten en hiperplanos con la ecuación (en la forma más general).

$$C = K_0 + K_1/(1+i_1) + K_2/(1+i_1)(1+i_2) + \cdots + K_n/(1+i_1)\cdots(1+i_n)$$

siendo C un parámetro, i_1 la tasa de descuento entre el ingreso en el periodo 0 y 1, i_2 la tasa de descuento entre los periodos 1 y 2, y así sucesivamente.[27] Cuando $i_1 = i_2 = \ldots = i_n = i$, la expresión toma la forma más simple y familiar de:

$$C = K_0 + K_1/(1+i) + K_2/(1+i)^2 + \cdots + K_n/(1+i)^n$$

La dificultad principal con el caso de periodos múltiples está en el tercer elemento de la solución, la descripción de las oportunidades productivas que pueden ser denotadas por la ecuación:

$$F(K_0, K_1, \cdots\cdots K_n) = 0$$

La especificación puramente teórica no es muy difícil si se hace el supuesto de que todas las opciones de inversión son independientes. El problema de la dependencia no es esencialmente diferente en el caso de periodos múltiples y de dos periodos, sin embargo, sería enormemente complicado hacer una presentación de él aquí. Entonces, bajo esta condición, con supuestos de continuidad apropiados, el conjunto de oportunidades productivas puede ser imaginado como una estructura cóncava hacia el origen, en todas direcciones.[28] Con estos supuestos, entre el ingreso de cualquier periodo K_r y K_s (manteniendo K_t constante para los demás periodos) habrá un conjunto de oportunidades productivas esencialmente como el de la figura 1.[29]

Suponga ahora que se puede prestar o pedir prestado entre dos periodos sucesivos r y s a una tasa i_s. La solución teórica implica encontrar la analogía multidimensional del punto R' (en la figura 1) esto es, el punto del más alto hiperplano de valor presente alcanzado por el conjunto de oportunidades productivas. Con los supuestos de curvatura simple y continuidad, R' será un punto de tangencia, teniendo la propiedad adicional de que la tasa de rendimiento productiva entre K_r y K_s (manteniendo los otros $K_{t,s}$ constantes), para los miembros de cualquier par de periodos será igual a la tasa de descuento entre dos periodos. Aún más, si la condición se alcanza entre todos los pares de periodos sucesivos, también será satisfecha entre cualquier par de periodos de tiempo.[30] Nuevamente, como en el caso de dos periodos, la solución final implicará prestar o pedir prestado ("financiamiento") para moverse a lo largo del hiperplano de valor presente más alto alcanzado de la solución productiva intermedia R', al óptimo verdadero de preferencia en R. Note que, comparado con la solución directa o de valor presente, el principio de igualar la tasa marginal productiva con la tasa de descuento requiere de ciertos supuestos de continuidad.

Ahora, es aquí donde Fisher, quien evidentemente entendió la naturaleza verdadera de la solución, parece haber confundido a otros. En su libro *The Rate of Interest,* proporciona una prueba matemática de que la decisión óptima de inversión implica satisfacer la igualación de lo que aquí se ha llamado tasa marginal productiva con la tasa de interés de mercado entre *cualquier par de periodos*.[31] De una generalización obvia del resultado del problema de dos periodos, esta condición es idéntica a la de encontrar la más alta línea de valor presente (la proyección de 2 dimensiones del hiperplano de más alto valor presente) entre esos periodos de tiempo. Desafortunadamente, Fisher no establece en forma consistente la calificación de "entre cualquier par de periodos de tiempo" y en varios lugares hace afirmaciones absolutas sobre el hecho de que las inversiones serán realizadas cuando "la tasa de rendimiento sobre el sacrificio" o "la tasa de rendimiento sobre el costo" entre dos opciones exceda a la tasa de interés.[32]

Ahora, la tasa de rendimiento sobre el sacrificio, para comparaciones de dos periodos, es equivalente a la tasa de rendimiento productiva. Sin embargo, más generalmente, Fisher define a la tasa de rendimiento sobre el sacrificio en un sentido de *periodo múltiple*; esto es, como la tasa a la cual el valor presente de la secuencia total de diferencias periódicas, positivas y negativas, entre los rendimientos de cualquier par de opciones de inversión, se hace cero.[33] Para nuestros propósitos, esta definición equivale a la llamada "tasa interna de rendimiento".[34] Se mostrará que esta última tasa (la cual denotaremos con ρ) nos llevará a resultados que, en general, no son correctos si el procedimiento que se sigue es adoptar o rechazar opciones de inversión bajo la base de una comparación de ρ con la tasa de mercado.[35]

B. Fracaso de la "tasa interna de rendimiento" generalizada

El pensamiento reciente que enfatiza a la tasa interna de rendimiento parece estar basado en la idea de encontrar una medida puramente "interna" de la productividad en el tiempo de una inversión, esto es la tasa de crecimiento de los fondos de capital invertidos en un proyecto para compararla con la tasa de mercado.[36] Pero la idea de tasa de crecimiento involucra una tasa y no puede ser definida unívocamente a menos que uno pueda evaluar la posición inicial y final en forma única. Entonces, la opción de inversión caracterizada por la secuencia de flujo anual de efectivo - 1, 0, 0, 8, claramente implica una tasa de crecimiento del 100% (tasa anual compuesta), porque en realidad se reduce a una opción de 2 periodos con tasas intermedias compuestas.

Similarmente, un depósito de ahorros al 10% anual compuesto por n años puede pasar como una opción de periodos múltiples, pero es considerado propiamente como una serie de opciones de dos periodos (el "crecimiento" tendrá lugar sólo si al principio de cada periodo se toma la decisión de reinvertir el capital más los intereses obtenidos de la inversión del periodo anterior). Una opción de una cuenta de ahorros sin reinversión sería - 1, 0.10, 0.10, 0.10, 0.10,..., 1.10 (siendo el último elemento el reembolso del capital invertido); con reinversión, la opción se convierte en: -1, 0, 0, ...,$(1.10)^n$, siendo n el número de periodos después del depósito inicial.

Considere ahora una opción de inversión más general, caracterizada por la secuencia -1, 2, 1. (En general, todas las opciones de inversión consideradas aquí se normalizarán en términos de un supuesto ingreso o egreso inicial de $1.00). ¿Cómo puede determinarse la tasa de crecimiento de un desembolso de capital inicial? Al contrario del ejemplo de una cuenta de ahorro, para ésta no se provee infomación de la tasa a la cual serán reinvertidos los ingresos intermedios de efectivo generados por $2.00. Si usamos una tasa externa de descuento (por ejemplo, el costo del capital o una tasa externa a la cual podemos prestar), por supuesto nos estaremos alejando de la idea de una tasa puramente "interna" de crecimiento. De hecho, el uso de una tasa externa simplemente nos reducirá a una evaluación del valor presente de la opción de inversión.

En un intento de resolver esta dificultad, tanto Fisher como sus seguidores, seleccionaron una característica matemática de la tasa de rendimiento productiva de dos periodos, con el fin de generalizar. Esta característica es el hecho de que, cuando ρ (que para el caso de dos periodos es igual a la tasa marginal de rendimiento productiva $[\Delta K_1] / [-\Delta K_0] - 1$) se usa para descontar los valores de un flujo neto de ingresos, el valor descontado es cero. Este concepto permite una generalización fácil: para cualquier flujo de períodos múltiples habrá una tasa ρ de descuento similar que hará que el valor descontado sea cero. (O al menos así se pensó). Esta tasa parece ser puramente interna, sin afectarse por alguna consideración de mercado. Y, en ciertos casos simples, nos conduce a respuestas correctas al escoger proyectos de inversión de acuerdo a la regla: *adoptar los proyectos si ρ es mayor que la tasa de mercado* r.

Para la opción de inversión -1, 2, 1, considerada anteriormente, ρ es igual a $\sqrt{2}$ ó 141.4%. Y, de hecho, si la tasa a la que se pide prestado o la tasa de la mejor oportunidad alternativa (cualquiera que sea la comparación apropiada) es menor que $\sqrt{2}$, la inversión es deseable. En la figura 7 se grafica el valor presente C, de la opción como una función de la tasa de interés de descuento i, la cual se supone constante a lo largo de los 2 periodos. Note que el valor presente de la opción disminuye a medida que i se incrementa a lo largo del rango relevante de i, desde $i = -1$ hasta $i = \infty$.[37] La tasa interna de rendimiento ρ es aquella i para la cual la curva de valor presente corta el eje horizontal. Evidentemente, para cualquier $i < \rho$, el valor presente es positivo; para $i > \rho$, es negativo.

Sin embargo, el hecho de que el uso de ρ conduzca a la decisión correcta en un caso particular, o una clase de casos particulares, no significa que sea correcto en principio. Y, de hecho, se ha aducido casos donde su uso lleva a respuestas incorrectas. Alchian ha mostrado que, en comparación con dos opciones de inversión alternativas, la selección de una alternativa con la más alta ρ, no es en general correcta; de hecho, la decisión no puede hacerse sin conocer la tasa de descuento externa apropiada.[38]

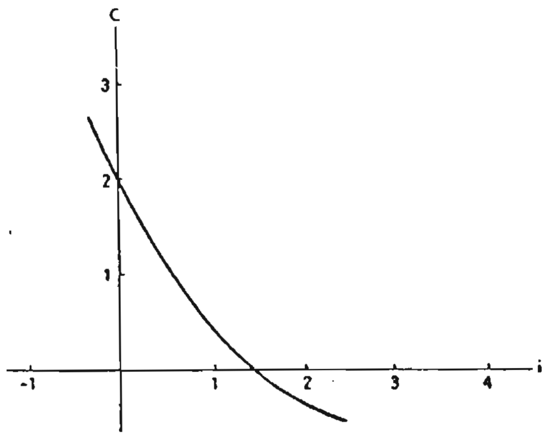


Figura 7. Gráfica del valor presente de la opción,-1, 2, 1

La figura 8 ilustra tales opciones, siendo I preferible para tasas de interés bajas y II para tasas de interés altas. La i en la cual se da la intersección, es la tasa de rendimiento sobre el sacrificio entre esas dos opciones de Fisher. Pero II tiene la tasa interna de rendimiento más alta (esto es, su valor presente se hace cero con una tasa de descuento mayor), sin tomar en cuenta la tasa de interés efectiva. ¿Por qué podemos decir que I es preferida a tasas de interés bajas? Porque su valor presente es mayor, permite al inversionista moverse a un hiperplano mayor para lograr el óptimo de utilidad alcanzado en algún punto de ese hiperplano. Si se adoptara II, también el inversionista sería capaz de trasladarse a otro hiperplano, pero a uno menor. Puesto de otra manera, con la baja tasa de interés especificada, el inversionista que adopta I podría, si así lo escogiera, colocarse en la posición de adoptar a II mediante préstamos pedidos y concedidos, junto con deshacerse de parte de su riqueza.[39]

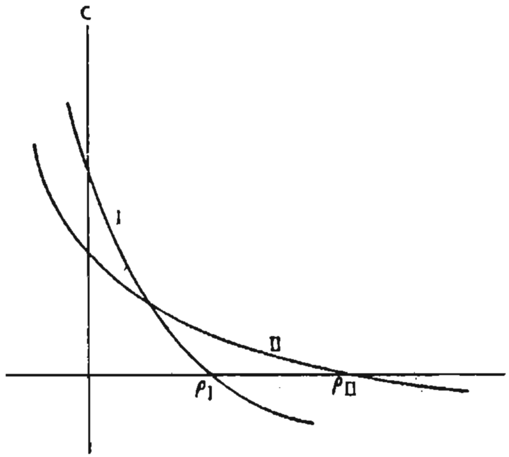


Figura 8. Dos opciones alternativas

Lorie y Savage han mostrado, aun más fundamentalmente, que ρ puede no ser única.[40] Considere, por ejemplo, la opción de inversión -1, 5, -6. Los cálculos revelan que esta opción tiene un valor presente de cero a tasas de descuento de 100% y 200%. Para esta opción de inversión, el valor presente como una función de la tasa de descuento está graficada en la figura 9. Mientras Lorie y Savage hablan únicamente de tasas internas de rendimiento "duales", cualquier número de valores cero de la función de valor presente son posibles en principio. La opción -1, 6, -11, 6, ilustrada en la figura 10, tiene un valor presente de cero a las tasas de descuento 0, 100% y 200%, por ejemplo.[41]

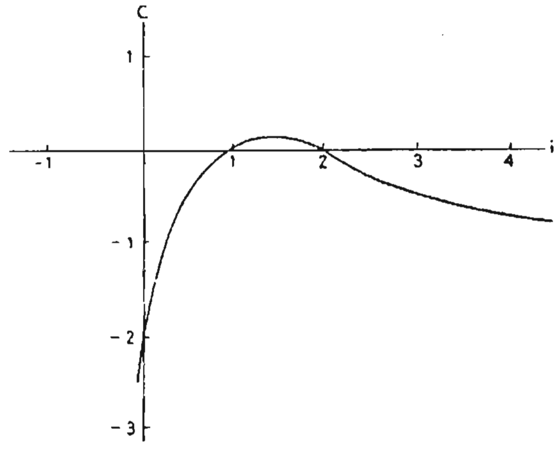


Figura 9. Gráfica del valor presente de la opción de inversión -1, 5, 6

De hecho, opciones de inversión perfectamente respetables pueden no tener tasas internas reales (cuando la ecuación de valor presente tenga únicamente raíces imaginarias). La opción -1, 3, -2 1/2, es un ejemplo; una gráfica puede mostrar que su valor presente es negativo a todo lo largo del rango relevante.[42] Sin embargo, definitivamente no es el caso de que todas las opciones sean malas cuando la tasa interna no puede ser calculada. Si únicamente cambiamos los signos de la opción anterior para obtener 1, -3, 2 1/2, tenemos una opción con valor presente positivo a todas las tasas de descuento.

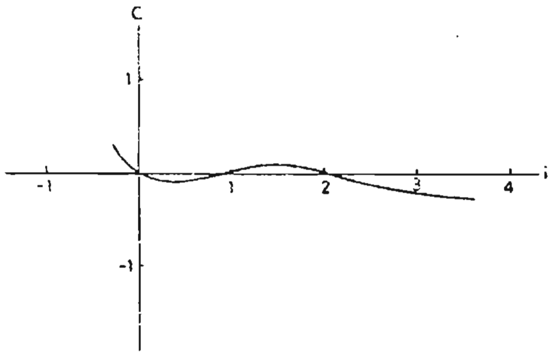


Figura 10. Gráfica del valor presente de la opción de inversión -1, 6, -11, 6

Estas instancias de fracaso de la regla de la tasa interna de rendimiento para periodos múltiples son (note que en cada caso la regla de valor presente continúa indicando la respuesta correcta sin ambigüedad, dejando fuera la cuestión de la tasa de descuento apropiada, la cual fue discutida en la sección I), por supuesto, simplemente los síntomas de una concepción extremadamente errónea. Está claro que no puede ser verdadera la idea de que ρ representa una tasa de crecimiento en un sentido simple; una inversión de capital de $1.00 no puede crecer a una tasa de 100% y a una de 200% simultáneamente. Aún más fundamentalmente, la idea de que ρ es puramente una tasa *interna* tampoco puede ser verdadera. Considere la opción -1, 2, 1 discutida anteriormente, con una única ρ igual a $\sqrt{2}$. El ingreso intermedio de $2.00 debe claramente reinvertirse fuera de esta opción. ¿Cómo se maneja esto en el cálculo de ρ? La respuesta es que las manipulaciones matemáticas involucradas en el cálculo de ρ, implícitamente suponen que todos los ingresos intermedios, positivos o negativos, serán tratados como si pudieran acumularse a la tasa ρ que se ha calculado.[43] Inapropiadamente se ha caracterizado a la tasa ρ como la "tasa de interés de la solución". Pero note que esta manipulación matemática, aún cuando conduzca a una solución única (y en general no lo hará), no es razonable en sus implicaciones económicas. Normalmente no habrá otras oportunidades de inversión que surjan para invertir, a una tasa ρ, el efectivo intermedio que se produzca, ni es generalmente cierto que los desembolsos intermedios que se requieran (si es que son requeridos) puedan obtenerse a la tasa ρ, que se pide prestado. La tasa ρ, que se obtiene de manipulaciones matemáticas, representará únicamente por una rara coincidencia a las alternativas económicas relevantes.

Los argumentos anteriores en contra del uso del conocido concepto de "tasa interna de rendimiento", no toman en cuenta la posibilidad de tasas de interés variables en el tiempo. Martín J. Bailey me ha enfatizado que es precisamente cuando esto ocurre (cuando existe un patrón conocido de variaciones futuras de i), que la tasa interna de rendimiento fracasa más fundamentalmente. En el uso de esta regla, todos los periodos de tiempo son tratados en forma equivalente; el único descuento es vía la tasa de solución definida en términos de la secuencia del flujo de efectivo. Pero con una i variable en el futuro (un patrón conocido de variación), se ocasionan cambios en la deseabilidad relativa del ingreso en diferentes periodos. En la formulación común del concepto de tasa interna de rendimiento, esto no se toma en cuenta. De hecho, en tal caso uno puede tener una inversión para la cual ρ esté perfecta y únivocamente definida, y aún así no ser capaz de determinar la deseabilidad de las oportunidades de inversión (esto es, dependiendo del patrón en el tiempo de las tasas de interés futuras, el valor presente puede ser positivo o negativo).

Las siguientes observaciones intentan resumir los principios básicos discutidos en esta sección.

Al menos en el más simple de los casos, cuando no nos preocupamos de diferencias entre la tasa a la que se presta y a la que se pide prestado, sino que las suponemos iguales y constantes (constantes con respecto a la cantidad del préstamo, no constantes en el tiempo), la solución multidimensional usando la regla de valor presente es una generalización directa de la solución para dos periodos. El principio consiste en llevar la inversión productiva hasta el punto donde se alcanza el más alto nivel de valor presente disponible y después "financiar" esta inversión prestando o pidiendo prestado entre los periodos de tiempo para alcanzar la óptima preferencia en el tiempo.

El centro principal de estas observaciones ha sido el hecho de que la regla de la tasa interna de rendimiento, al contrario de la de valor presente, no se generaliza para el caso de periodos múltiples si se adopta la definición usual de tasa interna ρ, esto es, la tasa que anula el valor presente del flujo descontado de ingresos. He intentado mostrar la generalización del caso de periodos múltiples que haría correcto el uso de la regla de la tasa interna de rendimiento como una regla de decisión de inversión: entre *cada par* de periodos de tiempo, la tasa marginal interna de rendimiento en el sentido de tasa marginal productiva de rendimiento entre esos dos periodos, manteniendo el ingreso de los otros periodos constante, debe considerarse como la tasa de descuento de mercado entre esos dos periodos. Se ha ilustrado que la interpretación común a la regla de la tasa interna de rendimiento no es en general correcta ya que fracasa para casos particulares y se ha explicado, exponiendo el supuesto implícito hecho en la manipulación matemática para encontrar a ρ que todos los flujos intermedios de efectivo son reinvertidos (o pedidos prestados, si los flujos son negativos) a la tasa ρ. Además, ρ no permite variaciones de las tasas de preferencias entre periodos (o variaciones en las tasas de interés) a lo largo del tiempo. Esta tasa de rendimiento interna generalizada para periodos múltiples es, por lo tanto, no precisamente interna, ni tampoco es correcto o razonable el supuesto implícito sobre de las oportunidades externas.

IV. Comentarios finales

El análisis anterior ha traído luz sobre muchas cuestiones importantes. Además, por falta de tiempo se ha omitido la discusión comparativa de trabajos de otros autores, por mucho que esto hubiera sido de gran utilidad.[44]

No intento generalizar los resultados para el caso de periodos múltiples con inversiones dependientes o con tasa a la que se presta y a la que se pide prestado diferentes o variables. En los últimos puntos, la intuición sugiere que, ya sea la tasa a la que se presta o a la que se pide prestado, la que se use para calcular el valor presente de cualquier periodo de tiempo no depende de ninguna de las características de la opción de inversión tomada en consideración, aisladamente; depende de la posición del efectivo total una vez que se ha adoptado esa opción como un incremento. Si, después de tal adopción las preferencias dictan cambios hacia menos ingreso en el período *r* y más en el período *t*, cualquier ingreso asociado con la opción en cuestión dentro del periodo *r* debe ser descontado al periodo inmediato anterior a la tasa a la que se presta (y para el periodo *t*, a la tasa a la que se pide prestado). Entonces, el ingreso de cualquier periodo *s* pudo haberse descontado sucesivamente a las tasas a las que se pide prestado, por un número de periodos, y a las tasas a las que se presta, por otro número de periodos, antes de ser reducido al valor presente.,

La principal conclusión positiva de este artículo es que la regla de valor presente para las decisiones de inversión es correcta para una amplia variedad de casos (aunque no es universal) y en un sentido limitado. La regla nos dice que alcancemos el más alto nivel posible del valor presente, pero el punto en el cual se satisface esta condición (esto es, la distribución de los ingresos en varios periodos de tiempo) no es la solución final. Más precisamente, esto es una solución "productiva" intermedia que debe ser modificada prestando o pidiendo prestado ("financiándola") para obtener el óptimo total. Esto se vuelve particularmente claro cuando consideramos el caso donde las tasas a la que se presta y a la que se pide prestado difieren y entonces entra la subcontroversia entre aquellos que favorecen el uso del valor presente descontado al costo de capital y aquellos que descontarían a la tasa alternativa a la que se puede prestar. Cuál es correcta, depende del financiamiento necesario para acercarse al óptimo, de las preferencias en el tiempo. Más aún, si la tangencia se da entre el conjunto de oportunidades productivas y la isocuanta de utilidad de las preferencias en el tiempo a una tasa entre las tasas a la que se pide prestado y a la que se presta, la solución "productiva" no requiere financiamiento y el principio de valor presente es correcto únicamente en un sentido formal. La regla de valor presente falla en dar respuestas correctas sólo en ciertos casos, los cuales combinan las dificultades de inversiones dependientes y la ausencia de un mercado perfecto de capital. Cuando existe un mercado perfecto de capital, la regla de valor presente es universalmente correcta en el sentido limitado a que se refirió anteriormente. Con inversiones independientes y un mercado imperfecto de capital, la regla de valor presente da respuestas que son correctas, pero posiblemente sólo en un sentido formal (la tasa de descuento usada no es una oportunidad externa, sino un precio sombra interno que aparece fuera del análisis).

La principal conclusión negativa es que la regla de la tasa interna de rendimiento para el caso de n periodos múltiples es generalmente correcta, si se adopta la definición usual de tasa interna como aquella tasa de descuento que hace el valor presente de un flujo de ingresos asociado a una opción de inversión, igual a cero. En general, la así llamada tasa interna dará sólo respuestas correctas si es limitada a comparaciones entre dos períodos. He llamado a esta tasa interna de dos periodos la tasa de rendimiento productiva. Para inversiones de periodos múltiples, la regla usual de tasa interna de rendimiento (comparar ρ con la tasa de mercado r) no es generalmente correcta; sin embargo, dados ciertos supuestos de continuidad, la respuesta correcta será obtenida al igualar la tasa marginal de rendimiento productiva, entre *cada par* de periodos de tiempo, a la tasa de descuento o de mercado, entre esos dos periodos.

Más importante que las conclusiones específicas que se han detallado, es la demostración de que el enfoque de Fisher, el análisis de las decisiones de inversión como un medio de balancear los ingresos para consumo en el tiempo, junto con la distinción entre oportunidades de inversión productivas y de mercado, es capaz de resolver (en un sentido teórico) todos los problemas expuestos. Esta solución, además, no es un residuo de la teoría económica de elección, sino que está enteramente integrada a ella, y por así decirlo, constituye otra dimensión de ella. Desde Fisher, los economistas que trabajan en la teoría de las decisiones de inversión han tendido a adoptar un enfoque mecánico, algunos favorecen el uso de una fórmula, otros de otra. Desde el punto de vista Fisheriano, podemos ver que ninguna de estas fórmulas consideradas hasta ahora es universalmente válida. Además, aún donde la regla de valor presente sea correcta, por ejemplo, pocos economistas se dan cuenta que su validez está condicionada a hacer ciertas decisiones de financiamiento asociadas, como lo demuestra el análisis de Fisher. En resumen, el enfoque Fisheriano nos permite definir el rango de aplicabilidad y las fallas de todas las fórmulas propuestas, estableciéndose ante ellas, entonces, como la solución general teórica al problema de la decisión de inversión bajo condiciones de certidumbre.

Notas

1. Quisiera expresar mi gratitud a muchos colegas, y especialmente a James H. Lorie y Martin J. Bailey, por sus valiosas sugerencias y críticas.

2 *The Theory of Interest* de Irving Fisher (New York: Macmillan, 1930) es ampliamente conocida. Su trabajo anterior, *The Rate of Interest* (New York: Macmillan 1907), contiene la mayor parte de sus ideas esenciales.

3. La contribuciones de Fisher a la teoría del capital van más allá de su solución al problema discutido en este artículo "decisión óptima de inversión".También considera la cuestión del equilibrio del mercado de capital, el cual iguala ofertas y demandas de todos los agentes que toman decisiones.

4. Este análisis no distingue entre individuos y empresas. Las empresas se consideran únicamente como agencias o instrumentos de los individuos.

5. La pendiente de la línea de mercado es, por supuesto, (1 + i), donde *i* es la tasa a la que se presta o se pide prestado. Esto es, cuando uno presta un dólar en el periodo cero, recibe a cambio 1 + *i* dólares en el periodo uno.

6. Por lo pronto, es preferible evitar el término "tasa interna de rendimiento". Fisher usa las expresiones "tasa de rendimiento sobre el sacrificio" o "tasa de rendimiento sobre el costo".

7. Un individuo que empieza en S' tendrá también una "oportunidad de desinvertir".

8. La regla de valor presente es una guía más o menos standard apoyada por un gran número de teóricos. La regla de la tasa interna de rendimiento, en el sentido que se usa aquí, también ha sido propuesta frecuentemente (ver, por ejemplo, "Capital Budgeting" de Joel Dean [Columbia University Press, New York, 1951] , pp. 17-19). Las referencias sobre el uso de criterios alternativos de inversión pueden encontrarse en "The theory of investment of the firm", de Friedrich y Vera Lutz (Princeton University Press; Princeton. N.J., 1951), pág. 16 . La regla de la tasa interna de rendimiento que consideraremos en detalle (es decir, adoptar todos los proyectos e incrementos de proyectos para los cuales la tasa interna de rendimiento excede a la tasa de interés de mercado) no es la misma que la que se enfatiza en el libro de los Lutz (es decir, adoptar aquel patrón de inversiones que maximizan la tasa interna de rendimiento). La regla que se considera aquí es la que compara la tasa incremental o la tasa marginal, con la tasa de mercado. Aquí se mostrará que la regla de los Lutz es fundamentalmente errónea, aún en la forma que ellos la aceptan como su criterio último (maximizar la tasa interna de rendimiento del capital propio del inversionista). Este punto discutido más adelante, en la sección D, en relación con la que será racionalización del capital.

9. De hecho, para el caso de dos periodos, las dos reglas son idénticas. Es posible mostrar que para cualquier proyecto (o incremento de proyecto) con valor presente positivo debemos tener una tasa interna de rendimiento mayor que la de interés de mercado.

10. Si la tasa a la que se pide prestado fuera menor que la tasa a la que se presta, sería posible acumular riqueza infinitamente pidiendo prestado y represtando; entonces, no consideraré esa posibilidad. Por supuesto que las instituciones financieras típicamente piden prestado a una tasa promedio menor que la tasa a la cual prestan, pero no pueden expandir su escala de operaciones indefinidamente sin cambiar esta relación.

11. La tasa marginal de oportunidades productivas, o la tasa marginal interna de rendimiento, mide la tasa de rendimiento del mejor

proyecto alternativo. Suponiendo continuidad, se define como la pendiente de QRQ' en R de la figura 3. Evidentemente, una línea de valor presente tangente a U_1 y QRQ' en R haría, en el sentido formal, la regla de valor presente correcta. Y comparando esta tasa con la tasa marginal interna de rendimiento, a medida que varía a lo largo de QRQ', haría a la regla de la tasa interna de rendimiento correcta en el mismo sentido formal.

12. La tasa a la que se pide prestado (o "costo del capital") ha sido recomendada por Dean y por Lorie y Savage (ver "Capital Budgeting" de Joel Nean [Columbia University Press, New York, 1951], especialmente páginas 43-44; "Three Problems in Rationing Capital", de James H. Lorie y Leonard J. Savage, *Journal of Business*, XXVIII [Octubre de 1955], páginas 229-239, especialmente la página 229. Roberts y los Lutz favorecen el uso de la tasa a la que se presta (ver, *op . cit.,* de Friedrich y Vera Lutz, especialmente la página 22; "Current Problems in the Economics of Capital Budgeting", de Harry V. Roberts, *Journal of Business,* XXX [Enero de 1957], páginas 12-16).

13. Quiero agradecer a Joel Segall por insistir en este punto en discusiones del problema. Note que la tasa que representa el costo marginal de pedir prestado no es necesariamente la tasa a la que se piden prestado cantidades marginales. Un incremento del monto que se pide prestado puede incrementar la tasa sobre las unidades abajo del margen.

14. Mientras que este punto puede ser verificado geométricamente, se sigue directamente de las propiedades analíticas de una curva envolvente. Para simplificar la notación, en esta nota denominaré K_1 de la figura 4 como *y*, y K_0 como *x*. La ecuación del conjunto de oportunidades productivas puede escribirse como:

$$y_0 = f(x_0) \qquad \text{(a)}$$

La familia de curvas de mercado puede expresarse por:

$$y - y_o = g(x - x_o)$$

o

$$F(x, x_o) = f(x_o) + g(x - x_o) \qquad \text{(b)}$$

Una envolvente y = h(x), se define por la condición de que cualquier punto de ella debe ser un punto de tangencia con algún miembro de la familia (b). Tenemos, entonces

$$h(x) F(x, x_o) \qquad \text{(c)}$$

$$dh/dx = \delta F(x, x_o)/\delta x \qquad \text{(d)}$$

La segunda condición de una envolvente es que la derivada parcial de la función (b), con respecto al parámetro, debe ser igual a cero:

$$\delta F(x, x_o)/\delta x_o = 0 \qquad \text{(e)}$$

Pero

$$\delta F(x, x_o)/\delta x_o = df(x_o)/dx_o + (-1)\, dg(x - x_o)/d(x - x_o)$$

De aquí que

$$df(x_o)/dx_o = dg(x - x_o)/d(x - x_o)$$

También

$$\delta F(x, x_o)/\delta x = dg(x - x_o)/d(x - x_o)$$

Finalmente

$$df(x_o)/dx_o = dg(x-x_o)/d(x-x_o) = \delta F(x, x_o)/\delta x = dh/dx$$

Entonces, la pendiente del *locus* de oportunidades productivas es la misma que la pendiente de la envolvente en los puntos de las dos curvas unidos por estar sobre la misma curva de mercado.

15. La expresión "racionamiento de capital" fue usada hace tiempo por Hart para referirse a una limitación, no en razón del precio, para la adquisición de deuda o financiamiento con acciones (ver "Anticipations, Business Planning and the Cycle", de A. G. Hart; *Quarterly Journal of Economics*, LI, [1937], páginas 273-297). El uso de este término no parece implicar una cantidad definida y puede, de hecho, ser interpretado como indicando un costo marginal creciente de los fondos de capital. Ver también "Managerial Economics", de Joel Dean (Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. 1951), páginas 586-600. Con el significado de una cantidad fija de fondos, la expresión ha sido usada por varios autores al discutir problemas de empresas o gubernamentales. Ver "The Discount Rate and the Benefits-Cost Justification of Federal Irrigation Investment", de J. Margolis (Departamento de Economía, Universidad de Standford, Reporte Técnico no. 23 [Standford, California 1955]; *op. cit.* de Lorie and Savage, y "Efficiency in Government through System Analysis", de R. McKean (John Wiley and Sons, New York, 1958).

16. "Welfare and Competition", de T. Scitovsky (Richard D., Irwin, Inc., Chicago, 1951), páginas 208-209.

17. *Op. cit.*, páginas 16-48, especialmente páginas 17, 20 y 42.

18. *Op. cit.*, página 194.

19. Parece que Scitovsky salta del argumento aceptado en el principio de su discusión de que la disposición de prestar y pedir prestado, no es ilimitado a la posición no aceptable en su discusión posterior de que los fondos de capital son fijos (*ibid.*, páginas 193-200, 208-209).

20. Lutz y Lutz, *op. cit.*, páginas 3-13.

21. No obstante, es posible que los Lutz tuvieran en mente únicamente el caso en el cual un inversionista empieza sólo con fondos corrientes y no posee otros activos. En este caso no surgirían problemas de descuento al definir el capital poseído, de tal manera que su criterio último no podría ser criticado. No obstante, la objeción sur-

gida más adelante al criterio de Scitovsky -es decir, que fracasa al considerar la alternativa de consumo, la cual es realmente el centro de la cuestión de la decisión de inversión- se aplicaría a la regla de los Lutz. Ellos mismos reconocen el caso de un inversionista que no posee "capital" pero que usa únicamente fondos prestados, y para este caso abandonan su criterio último (*ibid.*, página 42, n. 32). Por supuesto que el caso más general es aquel de un inversionista con un conjunto de oportunidades productivas capaces de producirle combinaciones, alternativas de ingreso presente y futuro.

22. Podríamos derivar sin mayor dificultad, siguiendo los principios ya establecidos, la solución para el caso en el cual se permite pedir prestado hasta cierto límite fijado. El efecto de tal condición es proporcionar una clase de "envolvente alcanzable", como en la figura 4, pero de una forma diferente.

23. *Op. cit.*, página 209.

24. Esto es, el punto Q' en la figura 3. El resultado es, por supuesto, trivial. En lo que posiblemente Scitovsky esté pensando es en seleccionar entre conjuntos dependientes de inversión (discutidos en la siguiente sección), donde cada conjunto puede tener una intersección diferente con el eje K_1. Aquí podría hacerse la selección no trivial con el criterio de maximización de la tasa promedio de rendimiento.

25. Scitovsky debió haber pensado en una situación en la cual cierta fracción del ingreso corriente, K_0, es separada del consumo (con un criterio desconocido) para convertirla en los fondos de capital "fijos". En este caso, la regla de Scitovsky conduciría a un resultado correcto si sucediera que tales fondos de capital "fijos" fueran colocados de tal manera que el inversionista estuviera en el punto R' de su curva de transformación productiva de la figura 3.

26. Se reduciría la cuestión a su simplicidad anterior si alguna de las curvas yace completamente dentro de la otra, en cuyo caso sería obviamente inferior y no sería tomada en consideración.

27. No consideraré, en esta sección, divergencias adicionales posibles entre la tasa a la que se pide prestado y a la que se presta, estudiadas con detalle en la sección I, sino que hablaré simplemente de la "tasa de descuento" o la "tasa de mercado". Los principios involucrados no cambian esencialmente en el caso de periodos múltiples; concentraré la atención en otras dificultades que aparecerán sólo cuando se consideran más de dos periodos. Notaremos que, en el caso más general, el supuesto de información completa es un tanto irreal, e. g., que el patrón de tasas de interés i_1 hasta en i_n se conoce en el presente.

28. Como en el caso de dos periodos, el locus no representa todas las oportunidades productivas, sino únicamente la frontera de la región representada por las opotunidades productivas, La frontera está compuesta de aquellas oportunidades que no son dominadas por otras; cualquier oportunidad representada por un punto interior es dominada por lo menos por un punto de la frontera.

29. El supuesto de continuidad de *n* dimensiones es más difícil de aceptar que la continuidad en dos dimensiones, como una aproximación a la naturaleza del mundo real. Sin embargo, la restricción no es esencial, no obstante que es de enorme conveniencia para desarrollar el argumento. Debe mencionarse una mala interpretación posible del argumento de continuidad: no necesariamente significa que las únicas oportunidades de inversión que se considera son opciones de dos periodos entre un par de periodos en el presente y el futuro. Se permiten opciones genuinas de periodos múltiples -por ejemplo, la opción descrita por los flujos de efectivo de -1, 4, 2, y 6 para los periodos 0, 1, 2 y 3, respectivamente. El supuesto de continuidad significa que si escogemos movernos de una opción como ésta, en el sentido de tener más ingreso en el periodo 1 y menos, digamos, en el periodo 3, podemos encontrar otras opciones disponibles, como -1, 4 + e_1, 2, 6 - e_3, donde e_1 y e_3 representan cambios infinitesimales. En otras palabras, de cualquier punto sobre el *locus* es posible intercambiar continuamente entre ingresos en cualquier par de periodos.

30. Maximizando la expresión de Lagrange

$C - \lambda f\ (K_0, K_1, ... K_n)$, derivamos las condiciones de primer orden:

$$\delta C / \delta K_0 = 1 \qquad -\lambda\ \delta f / \delta K_0 = 0$$

$$\delta C / \delta K_1 = 1/(1 + i_1) \qquad -\lambda\ \delta f / \delta K_1 = 0$$

.

....

$$\delta C / \delta K_n = 1 / (1+i_1)(1+i_2) \cdots (1+i_n) - \lambda\, \delta f / \delta K_n = 0$$

Eliminando λ entre cada par de periodos sucesivos:

$$\delta f / \delta K_r / \delta f / \delta K_s = \frac{(1+i_1)(1+i_2) \cdots (1+i_r)(1+i_s)}{(1+i_1)(1+i_2) \cdots (1+i_r)}$$

$$\left. \frac{\delta K_s}{\delta K_r} \right|_{K_j\,(j \neq r, s)} = 1 + i_s$$

Entre dos periodos que no son sucesivos

$$\left. \delta K_t / \delta K_r \right|_{\substack{K_j \\ (j = r, t)}} = (1+i_{r+1})(1+i_{r+2}) \cdots (1+i_{t-1})(1+i_t)$$

31. *The Rate of Interest,* páginas 398-400. De hecho, la prueba se refiere únicamente a periodos sucesivos, pero esto no es una restricción esencial.

32. *Ibid.*, página 155. *The Theory of Interest,* páginas 168-169.

33. *The Rate of Interest,* página 153; *The Theory of Interest,* páginas 168-169.

34. Para ciertos propósitos es importante distinguir entre la tasa a la cual el valor presente de una serie de ingresos provenientes de una

inversión se hace cero y la tasa a la cual el valor presente de una serie de *diferencias* entre ingresos de dos opciones de inversión alternativas se hace cero (ver el artículo de A. A. Alchian: "The rate of interest, the rate of return on the Fisher's cost and the Keynes's internal rate of return", en *American Economic Review,* XLV [Diciembre de 1955], páginas 938-943). Para los propósitos presentes no hay necesidad de hacer esta distinción ya que las opciones individuales de inversión son consideradas como incrementos independientes, de tal manera que la opción en cuestión es de hecho una secuencia de diferencias sobre la alternativa de no adoptar tal opción.

35. Como otra complicación, el análisis matemático de Fisher compara tasas marginales de rendimientos sobre el sacrificio de dos periodos con las tasas de interés entre dos periodos, sin suponer a la última constante a lo largo de la comparación. En el caso de periodos múltiples, Fisher no nos dice cómo combinar las tasas de interés, que difieren de periodo a periodo, dentro de una tasa de mercado global para compararla con ρ. Es posible que en este punto Fisher estaba pensando en una tasa de interés que permaneciera constante en el tiempo, en cuyo caso no se tendría este problema. La dificultad de usar la "tasa interna" cuando hay variaciones en la tasa de mercado en el tiempo será discutido más adelante.

36. Ver *Economic Analysis* de K. E. Boulding, (edición revisada, Harper & Bros., New York, 1948), página 819.

37. Se puede encontrar significado económico a tasas de interés negativas; éstas son las tasas de disminución del capital. Dejo fuera la posibilidad de tasas de disminución del capital mayores del 100%.

38. Alchian, *op. cit.,* página 939.

39. Para algunas personas esto puede ser difícil de creer, por lo que daré un ejemplo numérico. Para la inversión I podemos usar el flujo anual de ingresos -1, 0, 4; entonces, la tasa interna de rendimiento es 1 o 100%. Para la opción de inversión II, podemos usar la opción ilustrada en la figura 7: -1, 2, 1. Para esta inversión, ρ es igual a $\sqrt{2}$ o 141.4%. Así, la tasa interna de rendimiento es mayor para II. Sin

embargo, el valor presente de la opción I es mayor para una tasa de interés de 0% y de hecho permanece siendo mayor hasta la tasa de interés donde ambas curvas se cruzan, la cual es de 50% para ambas opciones. Ahora es simple mostrar cómo adoptando I podemos llegar al resultado II para cualquier tasa de interés menor de 50%, por ejemplo, 10%. Pidiendo prestado del periodo final para beneficiar a un periodo intermedio, podemos convertir -1, 0, 4 en -1, 2.73, 1 (le he quitado 3 al último periodo y se lo he acreditado al intermedio con 3/1.1 = 2.73). Ahora podemos obtener la opción II deshaciéndonos de 0.73, quedando con -1, 2, 1. El hecho de que podemos llegar a la opción II deshaciéndonos de parte de la riqueza demuestra la superioridad de I, a pesar de que $\rho II > \rho I$, siempre y cuando se pueda prestar y pedir prestado a una tasa de interés menor que la tasa de descuento de la intersección de 50%.

40. *Op. cit.,* páginas 236-239.

41. Las instancias discutidas arriba sugieren que una alteración de signos en el flujo de ingresos tiene algo que ver con la posibilidad de múltiples ρ. De hecho, la regla de los signos de Descartes nos dice que el número de soluciones en el rango permitido (el número de puntos donde el valor presente se hace cero para i > -1) es cuando mucho igual al número de cambios en el signo de los términos de la secuencia de ingresos. Por lo tanto, una opción de inversión de dos periodos tiene cuando mucho una sola ρ, una opción de tres periodos tiene cuando mucho dos ρ, y así sucesivamente. Hay una nota de pie interesante en Fisher que sugiere que él no tenía del todo desconocimiento de esta dificultad. Donde hay más de una alteración de signo, él sugiere el uso del método de valor presente en lugar de intentar computar la "tasa de rendimiento sobre el sacrificio" (The Rate of Interest" p. 155). Samuelson señaló, en "Some Aspects of the Pure Theory of Capital"; en *Quarterly Journal of Economics,* Ll (1936-1937), pp. 469-496 (en la p. 475), que pueden ocurrir cualquier número de ceros de la función de valor presente.

42. Matemáticamente, la fórmula para las raíces de una opción de tres periodos, n_0, n_1, n_2, donde $n_0 = 1$, es

$$i = \frac{(n_1 - 2) \pm \sqrt{n_1^2 + 4n_2}}{2}$$

Si $-4n_2$ excede a n_1^2, las raíces serán imaginarias y no puede calcularse la tasa interna de rendimiento. Una condición necesaria, para este resultado es que la suma del flujo de efectivo sin descontar sea negativo, pero esta condición no deja fuera la consideración de una opción (note la opción -1, 5, -6, en la figura 9).

43. El verdadero significado del supuesto de reinversión fue obtenido por Ezra Solomon, en "The arithmetic of capital budgeting decisions", publicado por *Journal of Business,* XXIX (abril de 1956), páginas 124-129, especialmente las páginas 126-127.

44. No obstante, debo comentar sobre el importante artículo de Paul A. Samuelson, *op. cit,*. Los resultados presentados aquí son consistentes en parte con los suyos, con las siguientes diferencias principales: (1) El se limita al análisis de una sola inversión, mientras que yo considero todo un patrón de inversión-consumo en el tiempo. (2) El concluye en favor de la regla de valor presente, descontando a la tasa de interés de mercado. He intentado considerar explícitamente el problema de qué hacer cuando difieren la tasa a la que se presta de a la que se pide prestado, o varía como una función del monto del préstamo, y no encuentro que la regla de valor presente sea universalmente válida. De estas diferencias, la primera es crucial. El centro del mensaje de Fisher es que las inversiones no pueden ser consideradas aisladas, sino únicamente en el contexto de las otras alternativas de inversión y consumo disponibles. Sin embargo, el artículo de Samuelson es suficiente para refutar un número de falacias aún comunes en este campo de la teoría económica.

La tasa de interes y la transición entre técnicas[1]

Autor:
Rober t Solow

Título original:
The interest rate and transition between techniques

Publicado en:
CH. Feinstein, editor, Capitalism, Socialism and Economic Growth, Essays Presented to Maurice Dobb; Cambridge University Press, 1967.

Traductor:
Luis Etcheverri

1. Introducción

Las discusiones recientes de la teoría pura del interés y el capital[2] han dilucidado cuestiones tales como la 'reversión de técnicas (discretas)' cuando la tasa de interés varía, la posibilidad de que la misma técnica o el mismo conjunto de técnicas 'recurran' a diferentes tasas de interés, y la variación concomitante en el 'grado de mecanización', el valor del capital, y el producto neto o el consumo. En estas discusiones, la tasa de interés ha sido por lo general considerada un parámetro, cuya variación exógena determina estados alternativos de equilibrio.

Es consecuencia de este enfoque que se haya descuidado una importante propiedad de la tasa de interés: a través de todas las vicisitudes de los casos 'normales' y 'anormales', cualquiera sea el modo como ella se determine efectivamente, en la medida en que prevalezcan el pleno empleo y la fijación de los precios mediante la competencia, la tasa de interés constituye una medida precisa de la tasa social de retorno sobre los ahorros. A continuación brindamos una prueba de esta proposición básica, y algunos comentarios acerca de sus consecuencias.

2. Supuestos tecnológicos

La economía produce n mercancías y emplea un insumo primrio producible, llamado trabajo. No existe producción conjunta; cabe, por lo tanto, hablar inequívocamente de n industrias, una para cada mercancía. Cada industria conoce un número finito de actividades; una actividad de la industria iésima, operada en el nivel de la unidad, produce una mitad de la mercancía iésima, consume stocks determinado de cada una de las n mercancías que deben serle suministradas de antemano, y requiere un insumo determinado de trabajo. Cada actividad está sujeta a rendimientos de escala constantes, y actividades diferentes se combinan aditivamente. Es ésta una tecnología de capital circulante. (La introducción del capital fijo implicaría algo similar a la producción conjunta, pero los resultados pueden extenderse con facilidad a ese caso). Una actividad queda plenamente descripta por un vector-columna que proporcione los requerimientos de insumos y de trabajo de aquélla, en el nivel de la unidad; es preciso recordar, también, qué mercancía produce. Una selección de una actividad para cada industria se llama una técnica de producción. Queda plenamente descripta por su matriz nxn de coeficientes de insumo no negativos, y por su vector-fila lxn, de coeficientes de requerimientos de trabajo no negativos. Podría caracterizarse esto como una tecnología de Leontief generalizada.

3. Supuestos en cuanto a los precios

considérese una técnica particular de producción, su matriz de insumos a y su vector de requerimientos de trabajo a_o. Sea r la tasa de interés, w el salario en cualquier unidad de cuenta, y p un vector-fila de precios de las mercancías en la misma unidad de cuenta. Existe equilibrio competitivo de largo plazo siempre que

$$p = (1 + r) \cdot pa + wa_o \qquad (1)$$

Se supone que todas las mercancías se producen efectivamente, y que los salarios se pagan al finalizar el proceso de producción; si no fuera así, bastaría meramente con reemplazar w por $w(L + r)$. El sistema (1) se trata en muchos lugares en la literatura; aquí no insistiré en los detalles. La técnica a es 'viable' a la tasa de interés r si (1) tiene una solución no negativa para p/w. Si a es viable para r, lo es para cualquier tasa de interés no negativa menor que r. Supongamos que la tecnología es lo suficientemente productiva como para que ciertas técnicas sean viables para r positiva. Consideremos ahora una tasa de interés no negativa para la cual existe una técnica viable. Se sabe[3] que para esa tasa de interés habrá una o más técnicas viables que arrojen un p/w; claramente cualquiera sea la unidad de cuenta menor que o igual a el p/w correspondiente a cualquiera otras técnicas viables. Si existe sólo una técnica semejante, es la única que puede soportar la competencia a la tasa de interés dada, puesto que puede ofrecer el mayor salario real medido en cualquier mercancía y en todas. Si tales ténicas son dos o más, tienen exactamente el mismo vector-precio p/w. Pueden coexistir. Supongamos que para la tasa de interés r sólo a sea competitiva, pero que, a medida que consideramos tasas de interés levemente menores, se llega a un punto r^* en el cual tanto a como b son competitivas, mientras que para r todavía menor sólo b es competitiva. Entonces decimos que r^* es un 'punto de cambio'para a y b; para la tasa de interés r^*, (1) y su análogo para b arrojan el mismo p/w.

4. La tasa de retorno en un caso simple

Supongamos que la fuerza de trabajo es constante, igual a L, e imaginemos una economía que se encuentre en equilibrio competitivo, estable, y emplee la técnica a. Si x es el vector-columna nxl de niveles de actividad (o productos) y c el vector de consumo, entonces:

$$x = c + ax \qquad (2)$$

Escribo (2) en esta forma para destacar que del producto x de este periodo deben provenir el consumo c de este periodo, y el capital circulante ax, necesario para repetir el ciclo en el periodo siguiente. Imaginemos ahora que la economía intenta, para el periodo siguiente, entrar en un nuevo estado de equilibrio estable, que incluya el empleo de la técnica b, el producto y, y el consumo c^*, donde:

$$y = c^* + by \qquad (3)$$

Supongo que a y b son técnicas vecinas, en el sentido de que existe una tasa de interés a la cual ambas pueden soportar la competencia de todas las otras técnicas, es decir: existe un punto de cambio eficiente entre ambas. No me ocuparé del modo en que la economía decide pasar de un estado de equilibrio al otro. Para mis fines basta imaginar la economía como planificada centralmente; sería interesante -empero- estudiar cómo podría ello suceder en una economía capitalista descentralizada. Michael Bruno ha dado algunos pasos en esa dirección.[4]

Para pasar de (2) a (3) en un periodo, la economía deberá proveer capital circulante (by) a costa de su producto corriente (x). Por lo tanto, el consumo deberá reducirse temporariamente a $\bar{c}$ donde:

$$x = \bar{c} + by \qquad (4)$$

Aquí se supone tácitamente que $\bar{c}$. no es negativo, es decir: que x es "uno a uno" , no menor que by . No hay razón especial para que ello sea asi; si ello no sucede, la economia no puede pasar de x a y en un periodo. Más adelante consideramos transiciones lentas alternativas. Si la transición se realiza, la economía habrá sacrificado consumo $c-\bar{c}$ durante un periodo para obtener una ganancia perpetua en consumo c^*-c (El sacrifico y la ganancia podrían ser ganancia y sacrificio, pero ello no interesa.) El sacrifico y la ganancia deben ser valuados antes de que se los pueda comparar. Hagamos $w = 1$, y sea r^* la tasa de interés a la cual tanto a como b resultan competitivas, y p^* el correspondiente vector de precios. Entonces la definición natural de la tasa social de retorno de ahorro, R, es la razón entre la ganancia perpetua de consumo y el sacrificio inicial de un periodo:

$$R = \frac{p^*(c^* - c)}{p*(c - \bar{c})} \qquad (5)$$

Obsérvese que si sólo una de las mercancías llega a ser consumida, los precios desaparecen de la definición de R, y queda un concepto puramente físico. Si sólo se consumiera la canasta de mercancías de composición fija, podría introducirse una nueva mercancía compuesta en lugar de una de las mercancías naturales, y se cumpliría exactamente la misma cosa.

De (2) y (4) se sigue que $c-\bar{c} = by-ax$; de (2) y (3) se sigue que $c^*-c = (I-b)\,y - (I-a)\,x$. De este modo,

$$R = \frac{p^*(l-b)y - p^*(l-a)x}{p^*by - p^*\alpha x}$$

Ahora, a partir de (L), $p^*(I-a)x = r^*p^*ax + a_o x = r^*p^*ax + L$. Puesto que b también compite en (r^*, p^*), análogamente $p^*(I-b)y = r^*p^*by + b_o y = r^*p^*by + L$. En consecuencia:

$$R = \frac{r^* p^* by + L - r^* p^* ax - L}{p^* by - p^* ax} = r^*$$

Esta es la proposición básica que me propuse probar. La tasa de interés a la cual tanto *a* como *b* pueden competir es igual a la tasa social de rendimiento del ahorro en el pasaje de un estado de equilibrio con la técnica *a*, a un estado de equilibrio con la técnica *b*.[5] Si *a* resulta competitiva para tasas de interés r_a levemente mayores que r*, y *b* resulta competitiva para tasas de interés r_b levemente inferiores, entonces, en general:

$r_a \geq R \geq r_b$,

que es lo más que cabe esperar en el caso de una tecnología discreta. A medida que aumenta el número de técnicas, y se contraen los intervalos entre ellas, cada tasa de interés pasa a ser un punto de cambio, y esta pequeña indeterminación desaparece en el límite.

5. Transiciones más lentas

Este teorema no está limitado al caso en que la transición de un estado de equilibrio a otro se realiza en un periodo. En verdad, si *x* no es miembro a miembro mayor que *by*, la transición no puede realizarse en un periodo. Esbozo el razonamiento para una transición lenta, asintótica, que es siempre posible si todas las mercancías participan, aun cuando sea en escasa medida, en el consumo, y que es a veces posible aun si el vector de consumo *c* contiene *c* elementos nulos.

Volvamos a (2) y (4), y supongamos que no es cierto que $x \geq by$, de manera que no puede escribirse (4) con $\bar{c}$ levemente mayores que r*, y b resulta competitiva para tasas de interés r_b levemente inferiores, entonces, en geneal:

$$x = \bar{c} + gby + hax\,(\bar{c} \geq 0) \qquad (6)$$

donde g y h son números positivos enteros. Sucede que el caso $g = 0, h = 1$ es simplemente (2); el caso $g = 1, h = 0$ es (4). Si la transición desde (2) a (3) en un solo paso es imposible, la transición desde (2) a cierto promedio ponderado de (2) y (3) en un solo paso es siempre posible si $c > 0$, y puede ser posible también en otros casos. Si (6) es posible, en el periodo siguiente el producto será $gy + hx$. Esto posibilita un consumo $gc^* + h\bar{c}$, y un capital circulante $g\,(I + h)by + h^2 x$ (una pequeña subeconomía como (3) a la escala g, y una como (4) a la escala h, con la asignación correspondiente de la fuerza de trabajo). El producto resultante es $g\,(I + h)\,y + h^2 x$, del que puede obtenerse un consumo $g\,(I + h)\,c^* + h^2 \bar{c}$ y un capital circulante $g\,(I + h + h^2)by + h^3 ax$. El límite de este proceso es, obviamente, el consumo de $(g/I-h)c^* = c^*$ y el capital circulante de$(g/I - h)\,by = by$. Esto es, el proceso pasa de (2) asintóticamente hacia (3), a lo largo de cierto sendero geométrico.

El término *kaésimo* en el sendero del consumo es $g\,(I + h + \cdots + h^{k-1})\,c^* + h^k \bar{c}$. Si la transición no se intenta, el consumo permanece en c. Con fines comparativos, valúese todo consumo a los precios "de cambio" p^*. (Si existe una colección fija de bienes de consumo, ello es innecesario). Ahora, la definición natural de la tasa social de retorno del ahorro, R, es la tasa de descuento que da a las dos corrientes alternativas de consumo el mismo valor actual. Si se realizan ciertos cálculos con series geométricas se demuestra que:

$$R = g\frac{p^*(c^* - c)}{p^*(c - \bar{c})}$$

que, cuando g = 1, se convierte, como cabía esperar, en la transición para un solo periodo de la sección anterior. Juntas, (2) y (6) implican que $c - \bar{c} = g(by - ax)$. A partir de este punto, el procedimiento empleado en la sección precedente conduce de manera directa a la conclusión de que $R = r^*$.

La siguiente argumentación demuestra el carácter muy general de este resultado. El alcance de aquélla sobrepasa en mucho el modelo empleado en este trabajo.[6] Considérese cualquier sendero a lo largo del cual los precios y la tasa de interés sean constantes y apropiados para las técnicas a y b. Sean C_t y V_t los valores de los bienes de consumo y del stock de capital a estos precios. Entonces, el conjunto de precios competitivos normales garantizará que:

$$wL_t + rV_t = C_t + V_{t+1} - V_t$$

Considérese cualquier otro sendero con los mismos precios, la misma tasa de interés y el mismo empleo:

$$wL t + rV t \; ^1 + = C_t \, ^1 + \; V_{t+1} \, ^1 - V t \; ^1$$

Por sustracción,

$$V t + \; 1 - V \, t{+}1 \, ^1 = (\, I + r\,)\,(V_t - V \, t \, ^1) + (C_t \, ^{1-} \, C_t)$$

En consecuencia:

$$V_t - V_t \, ^1 = (I{+}r)^t \, (V_o - V_o \, ^1) \quad + \sum_{j=o}^{t-1} \; (I{+}r)^{\, t-j-1} \, (C_t^1 - C_t)$$

Sea $t = 0$ el último periodo en el cual $V_t = V_t \, ^1$ y divídase por $(1 + r)^t$. El resultado es:

$$\frac{C_o^1 - C_o}{1+r} + \frac{C_1^1 - C_1}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{C_{t-1}^1 - C_{t-1}}{(1+r)^t} = \frac{V_t - V_t^1}{(1+r)^t}$$

Ahora, hagamos $t \rightarrow \infty$ y supóngase que los dos senderos son tales que:

$$(1+r)^{-t}(V_t - V_t^1) \rightarrow 0$$

(esto sucederá seguramente si V_t y V_t^1 son eventualmente constantes, por ejemplo: si ambas vías tienden a estados de equilibrio y estable). Entonces, claramente, r es la tasa de retorno asociada con la transición de que se trata. Es fácil aplicar este procedimiento a la tecnología específica de este trabajo.

6. El caso de un bien de consumo único y una aparente paradoja

Existen casos en que ni siquiera (6) es posible. En particular, si existe un solo bien de consumo o al menos una mercancía que no se consume puede presentarse una dificultad. Por ejemplo: si algún elemento de by excede del elemento correspondiente de x, y si el elemento correspondiente de c es nulo, entonces (6) es imposible con $\bar{c}$ no negativo, y g y h positivos. El estado de equilibrio y requiere, de cierto bien intermedio puro, más de lo que el estado de equilibrio x produce (y requiere). Todo promedio ponderado de x e y requerirá también, de ese insumo, más de lo que se dispone. Supondré simplemente, sin mayor investigación, que existe cierto sendero practicable que conduce de x a y, que preserva el pleno empleo de la mano de obra y utiliza solamente las técnicas a y b en el cambio.

Aquí surge una paradoja. Existe un solo bien de consumo, de manera que la tasa social de retorno, como la definí en la sección anterior, es independiente de los precios de las mercancías. Supongamos ahora que las técnicas *a* y *b* son competitivas para dos o más tasas de interés distintas. Parece entonces que afirmo lo siguiente: cada vez que se produce una transición de *a* a *b*, la tasa social de retorno es igual a la tasa de interés competitiva. Pero el acto físico de transición desde *a* hasta *b* es exactamente el mismo cualquiera sea la tasa de interés. ¿Cómo puede la tasa de retorno, en tal transición, ser igual a dos o más tasas de interés diferentes? La respuesta revela algo acerca del fenómeno de 'reversión' o 'recurrencia'. Durante mucho tiempo se ha sabido que una secuencia temporal unidimensional de beneficios netos puede ser reducida a cero por más de una tasa de descuento, es decir: tal secuencia puede tener más de una 'eficiencia marginal' o tasa de retorno. Parece que si *a* y *b* son competitivas para más de una tasa de interés, los senderos de consumo practicables entre ambas deben admitir más de una tasa de rendimiento. Toda tasa de interés a la cual ambas técnicas puedan competir servirá como tasa de retorno.

Considérese un caso artificialmente simple. Supóngase que es posible pasar de x a y en tres pasos: el primero emplea la técnica a en el nivel x^1 y la técnica b en el nivel y^1; el segundo paso llega a los niveles x^2 y y^2; el tercero alcanza el estado de equilibrio estable (b, y, c^*), siempre con pleno empleo, y pleno uso del capital circulante. Entonces:

$$
\begin{aligned}
x &= ax + c, \\
x &= ax^1 + by^1 + c^1, \\
x^1 + y^1 &= ax^2 + by^2 + c^2, \\
x^2 + y^2 &= by + c^3, \\
y &= by + c^*
\end{aligned}
\qquad (7)
$$

En (7), los vectores c sólo tienen su primer componente distinto de cero (denotados como c_o, c_1, c_2, c_3, c^*). Sea $s = I + R$. Un pequeño cálculo demuestra que si R es una tasa de retorno para este sendero de transición, entonces s debe ser una raíz de

$$(c_0 - c_1)\, s^3 + (c_1 - c_2) s^2 + (c_2 - c_3) s + (c_3 - c^*) = 0 \qquad (8)$$

En nada puede perjudicar el que se valúen los vectores de consumo para cada conjunto de precios que satisfaga (1) o su análogo para b, porque todos los componentes de cada vector de consumo desaparecen, exceptuando el primero, y queda, simplemente, un múltiplo escalar de (8). Ahora bien: el empleo de (1), (7), y suponiendo pleno empleo en (8), demuestra que (8) desaparece siempre que $s = I + r^*$. Si a y b admiten varios valores distintos de r^*, entonces los senderos de transición deben ser tales que admitan los mismos valores distintos de R. La conexión entre "recurrencia" y multiplicidad de eficiencias marginales es, a la verdad, muy estrecha[7]. Toda paradoja ha desaparecido. (Si, como puede suceder, todos los senderos practicables desde a hasta b exigen ciertas desigualdades en (7),entonces sólo puede establecerse una relación de desigualdad entre r^* y R).

7. Fuerza de trabajo creciente

No es necesario limitar este análisis a los estados estacionarios. Todo el razonamiento es válido si la fuerza de trabajo aumenta geométricamente a la tasa m por periodo, y todas las comparaciones se establecen entre estados de equilibrio que crecen a esa misma tasa natural. Para demostrarlo, vuelvo a la transición simple, de un periodo, del parágrafo 4. Como todo el sistema crece a la tasa m, las expresiones (2) a (4) pasan a ser:

$$x = c + (I + m)\, ax, \qquad (2')$$

$$y = c^* + (I + m)\ by, \tag{3'}$$

$$x = \bar{c} + (I + m)\ by, \tag{4'}$$

Por lo tanto:

$$p^*(c - \bar{c}) = (I + m)(p^* by - p^* ax)$$

y

$$p^*(c^* - c) = p^*(y - x) - (I + m)(p^* by - p^* ax)$$

Por (1) y su análogo para la técnica b,

$$p^*(y - x) = (I + r^*)(p^* by - p^* ax)$$

Luego

$$p^*(c^* - c) = (r^* - m)(p^* by - p^* ax)$$

(Lo cual, de paso, prueba la "Regla de Oro").

En la economía en crecimiento, la transición de un solo periodo equivale a un sacrificio de $c - \bar{c}$ en el consumo en el actual periodo, a cambio de una ganancia en la corriente de consumo igual a $(I+m)(c^* - c)$ en el periodo siguiente, de $(I + m)^2(c^* - c)$ en el periodo posterior, y así sucesivamente. La tasa social de retorno es la tasa de descuento R que descuenta el valor de esta corriente hasta el valor de la corriente de consumo a que se renuncia. Naturalmente, los valores se calculan a los precios p^*; esta operación es innecesaria si exite una composición del consumo fija. Se calcula fácilmente que:

$$R = m + (I + m)\frac{p^*(c^* - c)}{p^*(c - \bar{c})} = m + (I + m)\frac{r^* - m}{(I + m)} = r^*$$

exactamente como antes.

8. Algunas consecuencias

La literatura ya mencionada presta considerable atención a la posibilidad de que una técnica desaparezca a medida que la tasa de interés desciende, y luego reaparezca cuando ésta desciende aún más. En la notación de este trabajo, es posible que la técnica a deje sitio a b para tasas de interés levemente menores que r^*, y que b deje sitio a a para tasa de interés levemente menores que $r^{**} < r^*$. Pero menos estudiado ha sido otro fenómeno más importante: en modelos de un solo bien de consumo (quizá compuesto), es posible que el consumo per cápita, en un estado de equilibrio estable sea inferior al de otro estado de equilibrio que presente una tasa de interés menor. Esto no puede ser válido para todas las tasas de interés; la Regla de Oro nos dice que el consumo per cápita en estado de equilibrio estable debe ser una función decreciente de la tasa de interés para tasas de interés levemente mayores que la tasa natural de crecimiento. Este fenómeno está ligado a la "recurrencia", pero ambos no son idénticos: en una tecnología con rendimientos uniformemente decrecientes a proporciones variables de factores (o quizá si sólo una mercancía que emplea mano de obra, y al menos otro insumo en un sistema no segmentable, tiene este tipo de tecnología), no es posible que toda una técnica "recurra", pero sí que el consumo *per cápita* del estado de equilibrio sea una función creciente de la tasa de interés del estado de equilibrio para cierto campo o campos de variación.

Ambos fenómenos, la "recurrencia" de técnicas y el comportamiento perverso del consumo per cápita respecto de la tasa de interés, apuntan a una debilidad de la "parábola neoclásica". Evidentemente, hay situaciones en las que no puede hablarse con seguridad de profundización del capital como concomitante tanto con una tasa de interés inferior como con un consumo per cápita superior en el estado de equilibrio. Pero ninguno de ambos fenómenos, hasta donde yo entiendo, subierte la teoría neoclásica del capital en su plena generalidad. Aconsejan, si, una mayor investigación de la microeconomía de los casos perversos.

La proposición probada en este trabajo define con precisión la naturaleza del problema, o de uno de los problemas. La ecuación (5) nos dice que, suceda lo que sucediere, el signo de $p^* (c^*-c)$ es el mismo que el de $p^* (c - \bar{c})$, mientras la tasa de interés sea positiva. La sociedad siempre gana más tarde un consumo extra, a cambio del consumo a que renuncia hoy. Si el estado de equilibrio estable *b* implica un menor consumo que el estado de equilibrio estable *a*, la sociedad puede pasar desde *a* hasta *b* sin ahorrar: en realidad, permitiéndose cierto consumo extra en la transición. Si *b* implica también una tasa de interés menor que *a*, la paradoja reside en el hecho de que la sociedad puede pasar de un estado de equilibrio estable que presenta una tasa de interés superior a otro, cuya tasa de interés es inferior, sin ahorrar y, en verdad, permitiéndose cierto consumo extra en la transición. Este trabajo demuestra directamente cómo una economía planificada podría realizar tales transiciones en la práctica; queda como cuestión abierta si los casos anormales son peculiares en otros respectos dentro del contexto del capitalismo descentralizado, maximizador de la ganancia,

El razonamiento presentado en este trabajo responde también a una pregunta formulada en cierta ocasión por Dobb:[8]

"Una cuestión inicial que se plantea concierne al significado práctico que deba darse...a la 'tasa de transformación de bienes actuales en bienes futuros', o 'la productividad marginal de la inversión'. Es muy común que se la considere análoga (si no idéntica) a la tasa de ganancia que la inversión obtendría en una economía capitalista: al producto futuro de la inversión, deducidos previamente los valores de otros factores de la pruducción, como el trabajo, empleados junto con los bienes de capital en cuestión. ¿Pero cuando consideramos este asunto desde el punto de vista social, por qué habría de ser la rentabilidad el criterio, aun si ignoramos los efectos externos? ¿Por qué no habría de considerarse la tasa de rendimiento social de la inversión como la adición total resultante al producto nacional, sin tal deducción de los valores de los otros factores?".

La respuesta es que es preciso considerar ambas, mientras la "adición al producto nacional" se entiende como la adición al consumo nacional. Y mientras los otros factores se valúen a sus precios sombra, competitivamente calculados.

Si los precios y la tasa de interés son los del "punto de cambio", el resultado es exacto en caso de que el trabajo siga recibiendo su antiguo salario; vale para pequeños cambios finitos del consumo en cualquier dirección. Si los precios y la tasa de interés iniciales no son los del punto de cambio, todo lo que puede afirmarse entonces es la desigualdad presentada al final de la sección 4 de este trabajo; la tasa de retorno diferirá para pequeños incrementos y decrementos del consumo. A medida que el número de técnicas se vuelve "denso", las desigualdades se truecan en una igualdad límite; la diferencia entre movimientos infinitesimales hacia adelante o atrás, y el cambio concomitante del salario real, se convierte en infinitésimos de segundo orden. Para cambios finitos, por supuesto, se vuelve a las desigualdades.

Notas

1. La idea de este trabajo nació de la correspondencia que mantuve con mi ex alumno, el profesor Edwin Burmeister de la Universidad de Pennsylvania, y de cversaciones con mis colegas Paul A. Samuelson y Michael Bruno.

2. M. Dobb, *Economic Growth and Planning* (Nueva York, 1960); D. Levhari, "A Non substitution Theorem and Switching of Techniques", *Quarterly Journal of Economics*, febrero de 1965, M. Morishima, *Equilibrium, Stability and Growth* (Oxford, 1964), pg. 126; L. Pasinetti, "Changes in the Rate of Profit and Switches of Technicnique", *Quaterly Jornal of Economics*, noviembre de 1966; J. Robinson, *The Acumulationn of capital* (Londres, 1956), pg. 109-10 y 417-18; P. Sraffa, *Production of Commodities by Means of Commodities* (Cambridge, 1960); J. Stiglitz, "Notes on the Swtching of Techniques", febrero de 1966, inédito.

3. Levhari, *op. cit*, p. 98; Morishima, *op. cit.*, p. 126, Sraffa, *op. cit.*, cap. XII.

4. M. Bruno, *On Growth, Duality and Choice of Technique*, notas inéditas, 1966.

5. Eytan Sheshinsky me señaló que *a* y *b* pueden ser la misma técnica a lo largo de este razonamiento. De tal modo, la propiedad de la tasa de interés de representar la tasa de rendimiento queda probada también para variaciones en la composición del consumo dentro de la misma técnica, es decir, para cada punto de la frontera de precios de los factores.

6. Paul Samuelson me convenció de que este tipo de prueba esclarecería el significado de la proposición básica.

7. M. Bruno, E. Burmeister, E. Sheschinsky, "The Nature and Implications of the Reswitching of Techniques", *Quarterly Journal of Economics,* noviembre de 1966; Stiglitz, *Notes on the Switching of Techniques.*

8. Dobb, *op. cit*; p. 16.

Cambios de técnica y la "tasa de retorno" en la teoría sobre el capital[1]

Autor:
Luigi L. Pasinetti

Título Original:
Switches of Technique and the "Rate of Return" in Capital Theory

Publicado en:
Economic Journal, septiembre de 1969

Traductor:
Rosalía Cortés

Cuando quiera que surja un nuevo resultado, en cualquier campo teórico, es natural mirar retrospectivamente a las teorías tradicionales a fin de verificar si las ideas recibidas pueden aún ser utilizadas y hasta qué punto, o si deben ser descartadas. Como resultado de la reciente discusión sobre el problema de los cambios de técnica[2] parece haberse originado un proceso de esta naturaleza en lo que respecta a las herramientas analíticas utilizadas en la teoría sobre el capital. Particularmente, una de tales herramientas, el concepto de Irving Fisher sobre la "tasa de retorno" que sólo unos cuantos años atrás fue traída nuevamente a luz y presentada por el profesor Solow como "el concepto central dentro de la teoría sobre el capital"[3], se ha convertido ahora en tema de discusión y ha sido defendida por este último con más argumentos aun.[4]

La ocasión parece ser favorable para una reconsideración del concepto de Irving Fisher. Es esto lo que se presenta en las siguientes páginas.

I. Irving Fisher y su concepto de la "tasa de retorno".

Como es de conocimiento general, el concepto de "tasa de retorno" fue introducido originalmente por Irving Fisher con el propósito de relacionar su análisis de la tasa de interés con la teoría sobre la productividad marginal.

En su libro "The Rate of Interest", donde el término "tasa de retorno" aparece por primera vez,[5] Irving Fisher introduce su nuevo concepto con el siguiente ejemplo.[6] Supongamos que un productor se encuentre ante dos flujos de ingresos alternativos a lo largo del tiempo, según decida dedicarse a la silvicultura o a la agricultura:

	Valor anual (en $) de ingresos recibidos en:	
	Silvicultura	Agricultura
1er. año	0	100
2do. año	210	100
Cada año subsiguiente	100	100

Existe una tasa de interés a la cual las dos opciones son igualmente rentables. Como puede fácilmente apreciarse, dicha tasa es del 10%. En general puede decirse que si la opción α está representada por una corriente de ingresos a lo largo del tiempo $V_t^{(\alpha)}$, $V_{t+1}^{(\alpha)} \ldots V_{t+r}^{(\alpha)}$ y la opción β por otra corriente $V_t^{(\beta)}, V_{t+1}^{(\beta)}, \cdots, V_{t+\theta}^{(\beta)}$, donde las V constituyen valores (digamos, dólares), algunos de los cuales son positivos (ingresos) y otros negativos (egresos), puede haber una tasa de interés i que satisfaga la ecuación (1).

$$\sum_{k=0}^{r} (1+i)^{-k} V_{t+k}^{(\alpha)} = \sum_{k=0}^{\theta} (1+i)^{-k} V_{t+k}^{(\beta)} \qquad (1)$$

Tal "tasa supuesta de interés que iguale a los valores actuales"[7] es denominada por Irving Fisher "la tasa de retorno sobre el sacrificio"[8] o (según modificación posterior) "la tasa de retorno sobre el costo".[9]

Así pues, la "tasa de retorno", de acuerdo a esta definición, es una tasa de interés: aquella a la cual dos posibilidades alternativas de producción son igualmente rentables.Irving Fisher luego prosigue explicando por qué denomina a esto "tasa de retorno" y para ello basa su argumento en otra tabla numérica. Su explicación, a los efectos de comparaciones posteriores, podría tal vez ser más convenientemente expresada mediante el siguiente ejemplo. Supongamos que un agricultor estuviera produciendo cada año una cantidad física de X_α de un artículo determinado. Podría continuar para siempre con su granja en el estado en que se encuentra, en cuyo caso diríamos que ha escogido la alternativa α . Por otro lado, supongamos que se le presenta la siguiente oportunidad (a cuyo resultado denominaríamos alternativa β) ; mientras mantiene su firma exactamente en la condición en que se encuentra, puede aumentar la producción en forma permanente hasta la cantidad física de X_β simplemente emprendido una inversión que podría pagar con una cierta cantidad ($X_\alpha - \overline{X}$) del artículo que produce. $\overline{X}$ representaría en dicho caso la ahora inferior cantidad disponible de su producto para la venta durante el año en que emprendió la inversión. Según Irving Fisher, la razón entre el "aumento permanente" ($X_\beta - X_\alpha$)de una corriente de ingresos y el "costo" o "sacrificio" en un período de tiempo ($X_\alpha - \overline{X}$) incurrido al pasar a la alternativa β, v.g.,

$$\frac{X_\beta - X_\alpha}{X_\alpha - \overline{X}} \tag{2}$$

representa la "tasa de retorno sobre el costo". El ejemplo ha sido formulado ex profeso en forma tal que (2) represente un cociente entre cantidades físicas; pero a ese fin tuvimos que tomar como dados los precios a los cuales la cantidad física ($X_\alpha - \overline{X}$) se intercambia por los bienes físicos y servicios implicados en el proyecto de inversión. Si todos los precios están dados, la ecuación (2) evidentemente proporciona una base lógica para una elección racional. Resultará o no rentable para un sólo productor emprender la inversión específica que se considera conforme a si (2) es mayor o menor que la tasa de interés vigente (que podemos considerar como representativa de la tasa de utilidad vigente).

El lector habrá tenido ya oportunidad de apreciar que la ecuación (2) no representa precisamente el mismo concepto que el de la definición proporcionada anteriormente, aun cuando Irving Fisher la toma como si fueran iguales. La expresión (1) define aquella tasa de interés a la cual dos corrientes alternativas de ingresos en el tiempo son igualmente rentables. La proporción (2), por otro lado, representa la tasa de utilidad que está asociada con un proyecto de inversión que haría que un método de producción (que hemos denominado α) cambiara a otro (que hemos denominado β). Esta tasa de utilidad puede o no coincidir con aquella a la cual los dos métodos resulten igualmente rentables. De hecho, una tasa positiva de utilidad a la cual los métodos α y β resulten igualmente rentables quizá ni siquiera exista (piénsese, por ejemplo, en un caso en el cual β represente un progreso técnico de reciente invención).

Resultará, pues, de utilidad mantener estos dos conceptos independientes uno de otro. Nos referimos a la definición (1) y a la definición (2) respectivamente como al primero y al segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno.

Pero, es también obvio que Irving Fisher se dirige a otro objetivo. En su párrafo siguiente, al cambiar hacia otro ejemplo numérico, avanza un paso adelante:

"... el agricultor puede cultivar su granja con cualquier grado de intensidad; y cada grado de intensidad estará asociado a un flujo de ingresos diferente. Puede, por ejemplo, invertir en el momento actual el equivalente de \$ 100 de su trabajo a fin de que en el lapso de seis meses su ingreso pueda ser mayor en \$ 200. Si la tasa de interés es del 4% (sobre una base semestral) evidentemente le convendría esta opción... Otra alternativa sería invertir, no \$ 100, sino \$ 200, en nuevos cultivos en el momento presente. Los \$ 100 adicionales aumentarían sus utilidades al cabo de seis meses...en, digamos, \$ 150... Así pues, cada elección sucesiva, en comparación con la precedente, indica una *ley de ganancias decrecientes por cada sacrificio adicional.* De esta manera, si invierte, no \$ 200 sino \$ 300, los terceros \$ 100 sacrificados así incrementarán sus ingresos en los próximos seis meses en , digamos, $ 120...pudiendo en igual forma sacrificar una cuarta... quinta,... sexta... séptima cantidad de $ 100 por $ 102. Hasta aquí hemos visto que cada opción sucesiva resulta preferible a la que antecede. La próxima opción sería sacrificar una octava unidad de $ 100 por $ 101 adicionales en el término de seis meses. Evidentemente... el agricultor... se detendrá en el paso anterior, en el cual obtiene una utilidad del 2% sobre el último sacrificio de $ 100... Llegamos, por consiguiente, a la conclusión de que cuando existe un número indefinido de opciones, la elección que se haga, en comparación con alguna otra opción próxima con la cual esté en competencia, arroja una tasa de retorno sobre el sacrificio igual a la tasa de interés. Denominaremos a esta tasa de retorno...*la tasa marginal de retorno sobre el sacrificio.*"[10] Aquí es cuando Irving Fisher ha llegado al terreno conocido de la teoría de la productividad marginal, que es adonde quería llegar. Las palabras "tasa marginal de retorno" se han convertido así en otra denominación para el "producto marginal del capital". Parece, pues, que Irving Fisher no considera a la "tasa de retorno" como una mera definición de una tasa de utilidad específica. Está convencido de que representa algo diferente, o, mejor dicho, algo más que la tasa de ganancia para el sistema económico como un todo: está convencido de que cuando "las opciones son indefinidas en cuanto a su número", tiende hacia el concepto tradicional relativo al "producto marginal del capital", y por consiguiente representa algo que no solamente es independiente, sino en realidad determinante, de la tasa de utilidad.[11]

No valdría la pena a estas alturas abocarse a una crítica detallada del análisis de Irving Fisher, el cual aun cuando su propósito es llegar a conclusiones con respecto a todo el sistema económico siempre se realiza al nivel de un sólo productor, en cuyo caso muchos factores, particularmente el sistema de precios, deben ser aceptados como dados. En la actualidad contamos con herramientas analíticas mucho más poderosas de las que disponía Irving Fisher y en las páginas siguientes podremos analizar, directamente en relación a todo un sistema económico, si esta estructura teórica de Irving Fisher es consistente; y en cualquier caso si cualquiera de los dos conceptos sobre la tasa de rendimiento puede ayudar a solucionar el problema para el cual ambas fueron inventadas es decir, el problema de proporcionar una teoría general sobre la tasa de utilidad.

II. Un sistema económico completo

Consideraremos un sistema económico (o sistemas económicos) dentro del cual las mercancías (independiente o conjuntamente) son producidas por la mano de obra y otros insumos siempre usando la misma tecnología, que se supone viable, en el sentido de permitir la producción de un producto neto positivo, además de la reproducción de todos aquellos artículos que se consumen en el proceso de producción. Las características teóricas de tal sistema económico han sido sometidas a una extensa investigación en la literatura reciente sobre economía,[12] y no es, pues, necesario entrar en mayores detalles aquí. Representaremos el producto neto (o producción neta) de cualquier sistema económico de este tipo mediante un vector columna de cantidades físicas Y, y sus bienes de capital, o medios de producción, mediante un vector columna de cantidades físicas K. Se dará por supuesto que la fuerza laboral permanecerá constante y que el sistema económico en sí se mantendrá en un estado estacionario. Por consiguiente, nuestro análisis se referirá a condiciones estacionarias o a transiciones de una condición estacionaria a otra. Resulta evidente, sin embargo, que el mismo análisis puede extenderse a condiciones de crecimiento a tasas constantes con una población en aumento.

Una característica importante de todo sistema económico que produce mercancías por medio de mano de obra y mercancías, como es de conocimiento general, consiste en que la distribución de su producto neto Y (físicamente especificado) entre salario y utilidades permanece indeterminada. En otras palabras, el sistema de precios queda abierto, en el sentido de que los precios relativos (que serán indicados por un vector fila p, cualquiera que sea el artículo elegido como *numéraire*) son indeterminados, a no ser que cualquiera de las dos variables distributivas (la tasa de salario, que denominaremos w, o la tasa de utilidad, que denominaremos r) se fije en forma exógena.

El problema que vamos a examinar es si el concepto de Irving Fisher con respecto a la tasa de retorno puede contribuir en alguna forma hacia una teoría sobre la tasa de utilidad, lo que cerraría el sistema de precios y explicaría así la determinación de la distribución de ingresos y la estructura de precios

III. Una expresión contable

La primera definición de Irving Fisher relativa a la tasa de retorno cuando se refiere a todo un sistema económico, puede ser investigada de inmediato.

Consideremos dos sistemas económicos distintos, a los cuales denominaremos el sistema α y el sistema β, y supongamos que tienen exactamente la misma fuerza laboral, que ambas se encuentran en un estado estacionario y usan las mismas, técnicas excepto para por lo menos uno de sus procesos de producción.[13] Los dos productos netos, Y_α e Y_β (emplearemos α y β como sub-índices para indicar el sistema a que se refiere la variable correspondiente), representan dos corrientes de ingreso perpetuas, definidas en forma inequívoca en términos físicos. Los bienes de capital K_α y K_β se definen también en forma inequívoca en términos físicos. Cada uno de los dos sistemas, considerados en forma independiente, puede admitir cualquier distribución de su producto neto entre salarios y utilidades. Esto significa que dentro del sistema α, en correspondenc ia a cualquier tasa salarial fijada en forma arbitraria, existe una tasa de utilidad y un conjunto de precios que hacen que el valor descontado de la futura corriente de utilidades sea igual al valor de los bienes de capital. Lo mismo puede decirse del sistema β, a pesar de que, aun con la misma tasa de salarios, la tasa de utilidad y los precios bajo el sistema β serán en general distintos de los del sistema α. (Consideraremos por supuesto, solamente los valores no negativos de w y r, en todo este análisis).

Podría, sin embargo, ocurrir que si la tasa de salarios fuera fijada a un nivel específico en ambos sistemas, a ese nivel de tasa de salarios, la tasa de utilidad y los precios fueran también iguales en ambos sistemas. A dicha tasa salarial específica la denominaremos w^*, si es que existe, designando con r^* y p^* respectivamente a la tasa de utilidad y al vector de los precios correspondientes a w^*. (w^*, r^* y p^* se usan pues para denominar lo que se ha dado en llamar un "punto de cambio"). A la tasa salarial de w^* ambos sistemas son igualmente rentables, lo que indica que sus dos flujos de utilidades futuras, comparados con los valores de sus bienes de capital, satisfacen la ecuación (1) cuando $i = r^*$. La tasa de utilidad r^* equivale a lo que, en su primera definición, Irving Fisher denomina la "tasa de retorno". Podrá observarse que dados dos sistemas α y β puede no existir una tasa de salarios w^*, lo que significa que la tasa de retorno dentro de la primera interpretación de Irving Fisher puede no existir en absoluto. Por otro lado, cuando existen la tasa de salarios w^*, y por consiguiente la tasa de utilidad r^* y el vector de precios p^* correspondientes, pueden no ser únicos. Puede haber más de una tasa salarial a la cual dos sistemas sean igualmente rentables (v.g., puede haber más de un punto de cambio).

Podemos ahora hacer una breve digresión sobre la tasa de utilidad r^*. A los precios p^*, la tasa de utilidad r^* puede ser expresada como la razón de las utilidades totales al valor total de los bienes de capital en el sistema α, o como la proporción de las utilidades totales al valor total de los bienes de capital en el sistema β, o como la proporción de las diferencias entre los numeradores y denominadores de estas dos proporciones. Todas estas son expresiones contables equivalentes para denominar a r^*.

La tercera de ellas tiene la propiedad de contener elementos que se refieren a ambos sistemas, y en nuestro caso podría expresarse aun de otra manera. En vista de que la fuerza laboral es igual en ambos sistemas, siendo por consiguiente el total de los salarios también igual, la diferencia entre las utilidades totales de los dos sistemas coincide con la diferencia entre los dos productos netos. La tasa común de utilidad r^* puede por consiguiente ser también expresada de la siguiente manera:

$$\frac{p^*\,(Y_\beta - Y_\alpha)}{p^*\,(K_\beta - K_\alpha)} \qquad (3)$$

siempre, por supuesto, que $p^*\,K_\beta \neq p^*\,K_\alpha$.

Podemos ahora emplear la expresión contable (3) en este contexto para representar a la primera definición que hace Irving Fisher de la tasa de retorno, en vista de que (3) es simplemente otra forma de expresar a r^*.

Pero aquí cabría preguntarse: ¿tienen estos comentarios relación con el problema que estamos estudiando (el de encontrar una explicación a la tasa de utilidad)? Es evidente que el denominar "tasa de retorno" a aquella tasa de utilidad a la cual dos sistemas alternativos de producción son igualmente rentables constituye una definición, pudiendo tal definición ser empleada cualquiera que sea la explicación que se dé sobre la tasa de utilidad. Esto significa sencillamente que, en lo que respecta al problema que estamos estudiando, estas consideraciones no tienen ningún valor. La expresión (3), así como también la definición(1), son compatibles con cualquier explicación, v.g., cualquier teoría, sobre la tasa de utilidad.

IV. Selección de técnicas

Consideremos ahora el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno. Podemos empezar investigando una situación, con respecto a todo el sistema económico, que corresponda a la que se considera en la Sección I con respecto a un solo productor. Supongamos que existe un sistema económico, al que podemos denominar α, y que deseamos averiguar si un cambio hacia otra configuración del sistema, a la cual denominaremos β , resulta o no rentable. Tal cambio o conversión puede ser especificado en términos físicos. Luego de ordenar los productos de la misma manera en ambos sistemas, las diferencias físicas entre los dos productos netos son expresadas por el vector ($Y_\beta - Y_\alpha$) , y las diferencias físicas entre los bienes de capital por el vector($K_\beta - K_\alpha$). Supongamos ahora que los dos productos netos han sido elegidos en forma tal que Y_β e Y_α contengan exactamente las mismas cantidades físicas a excepción del primer producto, del cual aparece una mayor cantidad física en Y_β que en Y_α. En otras palabras , se supone que ($Y_\beta - Y\alpha$) es un vector cuyos componentes son todos cero a excepción del primero, que es positivo. El vector ($K_\beta - K_\alpha$) , sin embargo, ha de contener, en términos generales, componentes tanto positivos como negativos, los primeros de los cuales representan las cantidades físicas que deben ser agregadas a los medios de producción, mientras que los últimos representan a las cantidades físicas de bienes de capital que se tornan redundantes. Representaremos las últimas cantidades físicas aquellasque se tornan redundantes mediante el vector $K_\alpha{}^{(w)}$, y supondremos (para mayor simplicidad, pero sin perder generalidad) que no pueden volverse a usar en forma alguna de manera que se perderían por completo si el cambio o conversión tuviera lugar. En otras palabras, de los bienes de capital físicos K_α existentes, solamente las cantidades físicas ($K_\alpha - K_\beta{}^{(w)}$) pueden convertirse asimismo en bienes de capital dentro del sistema β. Por otro lado, las cantidades físicas $K_\alpha{}^{(w)}$ no tendría ningún uso.

Hemos pues estructurado nuestro caso en forma tal de poder decir en forma inequívoca que si un cambio o conversión tuviera lugar, la sociedad toda gozaría de un aumento físico permanente ($Y_\beta - Y_\alpha$) en el producto neto, en contraste con un "costo" por una única vez representado por las cantidades físicas [$K_\beta - (K_\alpha - K_\alpha{}^{(w)}$)], que tendría que ser agregado a los bienes de capital.

El aumento permanente ($Y_\beta - Y_\alpha$) y el "costo" de una vez por todas ($K_\beta - K_\alpha + K_\alpha{}^{(w)}$) se definen en términos físicos, pero representan productos heterogéneos. Por consiguiente, si queremos computar una sola proporción entre ellas para expresar la correspondiente proporción (2) de Irving Fisher relativa a todo el sistema económico, precisamos un sistema de precios. Pero cualquier sistema de precios depende de la distribución del producto neto entre salarios y utilidades, es decir, depende de la tasa de utilidad, para determinar la cual (por lo menos hasta llegar a este punto en el análisis) no ha surgido aún criterio alguno. Esto significa que, en general, el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno no es independiente de la tasa de utilidad. Por supuesto que esto no quiere necesariamente decir que sería un concepto inútil. Si estamos dispuestos a aceptar una forma particular (arbitraria) de fijar la tasa total de utilidad, y aún más, si estamos dispuestos a convenir en si se usan los precios del sistema α o los del sistema β (ya que en general $p_\beta \neq p_\alpha$, aun para la misma tasa de utilidad), y llamamos al sistema de precios elegidos $p(r)$, entonces, el segundo concepto de Irving Fisher respecto a la tasa de retorno, en lo que respecta a todo el sistema económico, puede ser expresado como sigue:

$$\frac{p\,(r)\,[\,Y\beta - Y\alpha\,]}{p\ \ (r)\,[\,K\beta - K\alpha + K\alpha^{(w)}\,]} \qquad (4)$$

El problema reside en especificar con qué fin se empleará esta proporción.

A propósito, esta formulación debe dejar ya bien en claro la razón por la cual el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno no debe ser confundido con su primer concepto -es decir, con la expresión contable (3)- aun cuando puedan surgir determinados casos en que (4) llegue a coincidir con (3). Por ejemplo, si $K_\alpha{}^{(w)}$ fuera igual a cero, si existiera una tasa de utilidad r^*, y si los precios se fijaran exactamente en p^*, entonces (4) coincidiría también con (3). Pero la proporción (4) en sí representa claramente un concepto mucho más general que la expresión contable (3). Es particularmente importante percibir que, en el caso de dos técnicas cualesquiera α y β, la proporción (4) puede siempre ser hallada -es decir, siempre existe-mientras que una tasa de utilidad r^*, o sea una expresión contable (3), puede o no existir.

Pero volvamos hacia el significado de la proporción (4). Esta, al igual que la proporción (2), representa la tasa de utilidad asociada con la inversión específica que se considera (aquella inversión que haría cambiar el sistema de α y β) cuando la tasa total de utilidad es aceptada como un hecho. La comparación de (4) con esta tasa (predeterminada) de utilidad evidentemente sirve de base para una elección racional entre las alternativas α y β. El cambio o conversión resultará rentable o no para todo el sistema económico (en relación a la tasa total de utilidad que ha sido aceptada como dada) en la medida que la proporción (4) sea mayor o menor que la tasa (predeterminada) de utilidad. El lector podrá apreciar que este procedimiento no es otra cosa que una forma (en realidad, una forma complicada) de expresar el problema de la elección de técnicas para todo el sistema económico.[14]

¿Pero representa la proporción (4) simplemente algo más que un medio de plantear el problema de la elección de técnicas? Esta es en realidad la cuestión pertinente para nuestros propósitos. Todo un grupo de economistas (los marginalistas) han visto en la relación (4) algo más que simplemente un dispositivo para el problema de la elección de técnicas. En la proporción (4) -el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno- han visto la base técnica de una teoría sobre la tasa de utilidad en sí. Nos encontramos ahora en posición de investigar esta pretensión cuidadosamente.

V. Un caso abstracto

Las ideas básicas en que descansa el enunciado que se menciona en párrafos anteriores tienen su mejor expresión en un caso abstracto límite, construido *ad hoc*, cuyo examen minucioso puede resultar de provecho.

Para los efectos que perseguimos, resulta conveniente presentar este caso abstracto dentro del marco teórico contenido en las páginas precedentes. Así pues, al igual que en la sección anterior, podemos considerar dos sistemas económicos, el sistema α y el β, con una composición tal de sus productos netos como para hacer de la diferencia $(Y\beta - Y\alpha)$ un vector cuyos componentes son todos cero a excepción del primero, un componente positivo, un producto que podemos denominar "maíz". Pero añadimos ahora el supuesto crucial de que los correspondientes bienes de capital físicos $K\beta$ y $K\alpha$ resultan ser tales que $(K\beta - K\alpha)$ se convierte también en un vector cuyos componentes son todos cero a excepción de uno, que es positivo y que casualmente resulta también ser "maíz". Esto significa que el cambio o conversión del sistema α al β implica simplemente tomar una cantidad física dada de maíz del producto neto de α y agregarlo a sus medios de producción, mientras que todos los demás bienes de capital existentes permanecen como están.

Puesto que se supone que los dos sistemas económicos difieren únicamente en cuanto a una cantidad física de maíz en sus productos netos, a la cual denominaremos $Y\beta - Y\alpha > 0$; y en cuanto a una cantidad física, nuevamente de maíz, en sus bienes de capital, a la cual (con referencia precisa a un cambio o conversión del sistema α al sistema β) podemos denominar $Y\alpha - \bar{Y}$, donde $\bar{Y}$ representa la

cantidad (menor) de maíz consumido en el sistema α durante aquel período en que tiene lugar el cambio o conversión.
En estas condiciones, si computamos la proporción (4), todos los precios se cancelan por completo tanto en el numerador como en el denominador, y (4) se reduce a una proporción (a la cual denominaremos R) de dos cantidades físicas de maíz, es decir a

$$R = \frac{Y_\beta - Y_\alpha}{Y_\alpha - \bar{Y}} \tag{5}$$

Esta es una expresión que -al contrario de todas las otras consideradas hasta ahora- es independiente de los precios y de la tasa de utilidad.[15]
Debido a la manera en que el caso ha sido estructurado, la relación R tiene las siguientes propiedades de interés:

(i) Cada vez que r< R, la técnica más rentable es aquella que utiliza una mayor cantidad física de maíz (como bien de capital) por hombre; y, a la inversa, cada vez que r> R, la técnica más rentable es aquella que utiliza una menor cantidad de maíz por hombre.

(ii) Si ocurriera que r fuera exactamente igual a R, las dos técnicas serían igualmente rentables. Así pues, R representa también la tasa de utilidad r^*. De hecho, si empleamos la expresión contable (3) para expresar a r^*, podemos darnos cuenta de que en este caso coincide exactamente con (5).

(iii) La diferencia (r - R), que es la que importa para cualquier decisión, es (en vista de que R es fija) una función monotónicamente creciente de r. Esto significa que solamente puede haber un valor de r (es decir, r = R) al cual las dos técnicas son igualmente rentables. En otras palabras, entre las dos técnicas solamente puede haber un punto de cambio.

Así pues, la proporción R se refiere a un mundo hipotético en el cual:

a) siempre existe una tasa de retorno, de acuerdo a la primera interpretación de Irving Fisher; b) ninguna tasa de retorno, de acuerdo con la segunda interpretación de Irving Fisher, puede jamás dar lugar a una ambigüedad, ya que surge en términos físicos; c) existe en todo momento coincidencia entre los dos conceptos sobre la tasa de retorno.

Es la proporción R, con todas las características especificadas anteriormente, la que representa el concepto ideal de aquellos que sostienen la teoría marginalista del capital con respecto a la "tasa de retorno". Una vez que se logra una tasa de retorno con un comportamiento adecuado, tal como el descrito, sus propiedades pueden ser aumentadas agregando nuevos supuestos.

Supongamos que existe otra técnica γ, y por consiguiente un sistema económico γ, el producto neto y los bienes de capital del cual son iguales a los del sistema económico β, a excepción a una vez más de las cantidades físicas de maíz. La tasa física de rendimiento con respecto a un cambio o conversión de β a γ, denominémosla R', por consiguiente, constituiría también una proporción de cantidades de maíz y sería inferior a R -ya que si fuera mayor, β implicaría cierto desperdicio de maíz y las comparaciones se habrían hecho directamente entre α y γ. Aún más, supongamos la existencia de una técnica adicional δ, con las mismas propiedades con respecto a γ que las que γ tiene con respecto a β y β con respecto a α. La tasa física de rendimiento de un cambio o conversión de γ a δ (denominémosla R") sería menor que R'; y así sucesivamente. Podemos seguir haciendo suposiciones de este tipo hasta donde deseemos. Lo interesante es que todas estas técnicas serían de tal naturaleza que el ordenarlas de acuerdo a la cantidad creciente de maíz que requieren como bien de capital (o de acuerdo a la cantidad creciente de maíz que rinden como producto neto) equivaldría exactamente a ordenarlas de acuerdo a las decrecientes tasas físicas de retorno que rigen al cambiar de una técnica a la otra.

Toda la estructura puede tornarse aún más elegante mediante el supuesto de que el número de técnicas, todas del mismo tipo, es no solamente muy elevado, sino que en realidad tiende al infinito, en forma tal que convierte en infinitesimalmente pequeña a la escala de variación de la tasa de utilidad dentro de la cual cualquier técnica resulta la más rentable. De esta manera los puntos de cambio entre una técnica y otra -aun cuando se tornen infinitos en cuanto al número- pierden todos ellos relevancia. Porque, a cualquier tasa de utilidad a la cual dos técnicas resultan igualmente rentables, siempre existe una tercera técnica que es más rentable que las dos primeras. En el límite siempre hay una técnica que resulta la más rentable en cualquier punto dentro de la escala de variación de la tasa de utilidad. Cualquier adición de maíz a los medios de producción (no importa cuan pequeña) siempre conduce al sistema a cambiar de una técnica a otra, sin encontrarse jamás en un punto de cambio. Otra característica importante es que, por esa misma razón, la proporción (5), referida a cualesquiera dos técnicas vecinas, se convierte en una derivada (puesto que tanto el numerador como el denominador se vuelven infinitesimalmente pequeños): la derivada del maíz como producto respecto al maíz como bien de capital.[16]

Esto es exactamente lo que los teóricos marginalistas han denominado el "producto marginal" del maíz utilizado como un bien de capital. Al llegar a este punto el lector apreciará que toda la estructura ha adquirido, después de todo, características muy familiares. Decir que en el sistema económico bajo estudio, los productos netos y los bienes de capital de dos técnicas próximas están representados por vectores exactamente iguales, a excepción de un componente que se refiere al mismo producto (maíz) en ambos casos, es simplemente una forma de presentar, en el lenguaje del álgebra lineal, el caso muy familiar de un mundo hipotético en el cual existe solamente un producto, que puede ser empleado indistintamente como un artículo de consumo o como un bien de capital, y que puede ser combinado en cualquier proporción con la mano de obra a tasas físicas de rendimiento decrecientes a medida que esa proporción varía.

Si existiera tal mundo hipotético, evidentemente sería uno en que una tasa de utilidad sobre el stock de maíz acumulado es inevitable *por razones tecnológicas*. Dada una existencia física de maíz, cualquier adición por una sola vez de una cantidad de maíz significaría siempre una mayor producción física permanente de maíz. En otras palabras, cualquier "ahorro" de maíz rendiría siempre una tasa de retorno o mejor dicho, una tasa física de utilidad que sería tanto más baja cuanto más alta fuera la actual existencia de maíz. Esta relación monótona inversa entre la tasa física de utilidad y la existencia actual de maíz permitiría extender a la tasa de utilidad la teoría marginalista de los precios (que, como es bien sabido, interpreta los precios como un índice de escasez). Mientras menor sea, es decir, mientras más escasa sea, la cantidad de maíz existente, tanto más elevada será la tasa física de rendimiento (y de utilidad) respecto a nuevos ahorros.

Como podrá apreciar el lector, el concepto de tasa de retorno, dentro de este contexto, ha sido definido (en forma inequívoca) de acuerdo a la segunda definición de Irving Fisher. Sin embargo, en el caso discreto, siempre coincide con la primera definición de Irving Fisher; y, en el caso continuo, tiende hacia el concepto tradicional de "producto marginal del capital". Esta es evidentemente una estructura unificadora ideal: toda diferenciación se torna innecesaria porque el caso ha sido construido en forma tal como para que cualquier diferenciación resulte innecesaria. Dentro de esta estructura unificadora, el concepto ideal de tasa física de rendimiento se convierte en componente de una teoría marginal sobre la tasa de utilidad.

VI. Los efectos de un postulado moderado

El caso de técnicas infinitas y un sólo producto enunciado en la sección anterior representa únicamente, por supuesto, un mundo hipotético imaginario del cual no se encontrará jamás rastros en el mundo real en el que vivimos. Si fuera a tomarse por sí mismo no tendría la más mínima pertinencia ya sea teórica o práctica.

Pero siempre se construyen casos abstractos en la teoría económica, cuando pueden simplificar las complejidades del mundo real, reteniendo al mismo tiempo las características pertinentes que están siendo investigadas. En otras palabras, los casos abstractos son por cierto pertinentes cuando representan, y en la medida en que ello ocurra, una manera simplificada de expresar el caso general. Esto es precisamente lo que el caso de técnicas infinitas y un sólo producto se ha pensado que era. En otras palabras, se ha extendido la creencia de que,en general, un sistema económico en el cual los artículos son producidos por la mano de obra y los bienes de capital se comportan como el caso particular de un mundo de técnicas infinitas y un sólo producto.

El origen de esta creencia puede encontrarse en una proposición moderada que desde hace un tiempo ha sido adoptada como postulado, es decir, como una proposición tan evidente como para no precisar comentario o justificación alguna. Esta proposición, a la cual denominaremos proposición (a), puede ser planteada de la siguiente manera.

a) En cualquier momento que, a una tasa salarial w^*, dos técnicas α y β resulten igualmente rentables, aquella que resulte más rentable a una tasa salarial $w > w^*$ (o, lo que es lo mismo, a una tasa de utilidad $r < r^*$) es la técnica que implica un mayor valor de bienes de capital por hombre.

Los efectos de este postulado son realmente sorprendentes. A fin de hacerlos surgir en su forma más elegante, el postulado en sí es comúnmente complementado con otras dos suposiciones convenientes, a las cuales denominaremos (b) y (c), a saber:

b) Siempre es posible, en lo que respecta a todo el sistema económico, cambiar de una técnica a otra sin perder bienes de capital en el proceso de transición (llamémoslo la hipótesis de la "maleabilidad del capital").

c) Existe un número muy elevado de técnicas, todas las cuales pueden ser ordenadas de acuerdo a la proposición (a).

El lector podrá observar, para empezar, que se han impuesto restricciones. La proposición (a) no dice nada sobre los casos en que no existe una tasa de utilidad r^*. Y la hipótesis (b) asegura que no se debe nunca desechar bienes de capital. Así pues, la proporción (4) de la Sección IV inmediatamente se convierte en (llamémosla ρ)[17]

$$\rho = \frac{p\,(r)\,[Y\beta - Y\alpha]}{p\,(r)\,[\,K\beta - K\alpha]} \tag{6}$$

Puede ahora apreciarse que si el postulado (a) tiene vigencia, la proporción (6) posee cualidades notables. Al contrario de R, p contiene precios p (r), y por consiguiente es una función de r. Sin embargo, como consecuencia de la proposición (a), $\rho < r$ en lo que respecta a cualquier grupo de precios que correspondan a $r > r^*$; y, a la inversa, $\rho > r$ con respecto a cualquier grupo de precios que correspondan a $r < r^*$; mientras que $\rho = r$ en lo que respecta a aquel grupo de precios correspondiente a $r = r^*$ (es decir, cuando se coloca a r exactamente igual a r^*, ρ viene también a representar el primer concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno). Esto significa sencillamente que, en las proximidades de r^*, ρ según la definición anterior, posee todas las propiedades (i), (ii), (iii), de la sección V. El postulado moderado (a) más la restricción (b), en un trazo, han conferido a ρ todas las propiedades de una tasa de rendimiento física. La proporción ρ no es una tasa de rendimiento física, pero -debido a la proposición (a) posee todas las propiedades de, y se comporta exactamente como, una tasa de rendimiento física. Constituye lo que podríamos llamar una tasa de rendimiento física "sustituta" (o, para abreviar, una tasa de retorno "sustituta").

Hay toda una serie de consecuencias que siguen. En los puntos de cambio entre dos técnicas cualesquiera, la dirección del cambio de todas las magnitudes pertinentes (o sea, el valor de los bienes de capital, la producción neta por hombre, la tasa de utilidad y la tasa salarial) es exactamente igual que en el caso ficticio de la sección anterior. Entre tanto, debido al supuesto de la "maleabilidad del capital", no surge jamás dificultad alguna en volver a utilizar todos los bienes de capital existentes; mientras que la hipótesis de un elevado número de técnicas asegura la existencia de muchas tasas de retorno "sustitutas", a fin de hacer muy pequeña la escala de variación pertinente de cada una de ellas, es decir, la escala dentro de la cual cada una de ellas puede apartarse de la proximidad de la r^* correspondiente, donde tiene todas las propiedades de una tasa de rendimiento física. Pero aun este reducido factor de indeterminación puede ser completamente eliminado mediante la hipótesis de que el número de técnicas es no solamente muy elevado, sino que tiende al infinito. Al suponer que el número de técnica se torna infinitamente elevado (y la magnitud del cambio de la tasa de utilidad requerida para pasar de una técnica a la"próxima" se vuelve infinitamente pequeña) entonces -como consecuencia del postulado (a)- las diferencias en los valores de los bienes de capital por hombre y en la producción por hombre de dos técnicas vecinas cualesquiera se vuelven más y más pequeñas. Es natural pensar que, en el límite, los valores de los bienes de capital por hombre tenderán a cambiar continuamente (debido al cambio continuo de técnicas), mientras que la tasa de utilidad cambia continuamente en dirección contraria. Cuando esto ocurre todos los puntos de cambio pierden pertinencia, como en el caso abstracto mencionado en la sección anterior. Porque, a cualquier nivel de la tasa de utilidad, siempre existe una técnica que es la más rentable. Y al mismo tiempo cualquier cambio en la tasa de utilidad, no importa cuan pequeño sea, siempre da lugar a un cambio en la técnica más rentable.

Esta es por cierto una construcción teórica brillante. La categoría de los casos estudiados es limitada, pero suficiente para el propósito perseguido. Cada una de las técnicas, por sí misma, sería compatible con cualquier tasa de utilidad, pero lo importante es que solámente una tasa de utilidad hace a cada técnica la más rentable. En esa forma cada una de las técnicas es de hecho irrelevante (ya que está dominada por otras técnicas) excepto a una sola tasa de utilidad, donde se convierte en la técnica más rentable. Queda así establecida una relación de uno a uno entre cada una de las técnicas infinitas y cada una de las (posibles) tasas infinitas de utilidad. Y lo interesante consiste en que esta relación de uno a uno es de tal naturaleza que coloca a todas las técnicas en un orden muy bien definido. Conforme va disminuyendo en forma constante la tasa de utilidad, las técnicas que sucesivamente se van convirtiendo en las más rentables se asocian con valores más y más elevados de los bienes de capital por hombre (y con producción neta más y más elevada por hombre). En esta forma se hace que surja la relación deseada:"la cantidad de capital" y la tasa de utilidad se relacionan inversamente entre sí. La idea básica para la cual se construyó el caso de técnicas infinitas y un solo producto se extiende así para convertirse en una característica general de cualquier sistema económico.

Evidentemente, esta brillante construcción (no el caso abstracto de un mundo[18] de técnicas infinitas y un sólo producto) es la que tiene pertinencia teórica, ya que pretende aportar una teoría general.[19] Pero es precisamente esta construcción teórica la que los resultados recientes, que han surgido de la discusión sobre la "reversión de técnicas", han abierto al desafío. Resulta ahora útil tomar la mirada hacia dichos resultados.

VII. Implicaciones de la "reverción de técnicas"

La reciente discusión sobre el cambio de técnicas, según es bien sabido, ha refutado la validez de la proposición (a) de la teoría marginalista del capital. Sabemos ya que las tasas menores de utilidad pueden estar asociadas con proporciones mayores o menores de producción neta al valor de los bienes de capital (y en forma similar, con mayores o menores rendimientos netos por hombre, con valores mayores o menores de bienes de capital por hombre). Y sabemos que, dentro del modelo de un producto y técnicas infinitas, esto puede ocurrir en cuanto introduzcamos un cambio tan pequeño como el de simplemente otro método posible de producción con respecto a un segundo producto.[20] Muy lejos de abarcar las características pertinentes del caso general, y de constituir una forma simplificada de expresarlo, el modelo de un producto y técnicas infinitas queda así revelado como un caso enteramente aislado.

Como tal, no puede tener la más mínima pertinencia teórica o práctica. Al mismo tiempo, toda la idea tradicional de que las tasas de utilidad decrecientes son la consecuencia natural y necesaria de adiciones cada vez mayores al "capital" se revela como falsa.

Las implicaciones de estos nuevos resultados para los problemas que hemos estado discutiendo son más bien importantes y pueden ahora ser desarrolladas en forma explícita. Para empezar, debe quedar ya en claro que las los supuestos que han sido colocados alrededor del postulado moderado de la teoría sobre el capital marginal ya no cumplen su cometido. El primero de dichos supuestos, el supuesto sobre la maleabilidad del capital, además de revelarse como completamente arbitraria (dos técnicas pueden muy bien encontrarse tan próximas como sería de desear en la escala de variación de la tasa de utilidad, aun cuando los bienes físicos de capital que requieren sean enteramente distintos) parece ahora ser completamente inútil. Porque, aun cuando se vea cumplida o no, el hecho no ejerce ninguna influencia sobre el resultado de que, dentro de un patrón de tecnología constante, no existe en general una relación monótona inversa entre la tasa de utilidad y el valor total de los bienes de capital por hombre.

El segundo de estos supuestos, el número infinito de técnicas, con mayor claridad aún que la primera se revela como inútil. Y ello debido a que la vecindad de dos técnicas cualesquiera en la escala de variaciones de la tasa de utilidad no implica proximidad de los valores totales de sus bienes de capital. No es, por consiguiente, cierto que, conforme aumenta en forma creciente el número de técnicas, las diferencias en los valores de los bienes de capital por hombre y los rendimientos por hombre de dos técnicas vecinas cualesquiera se tornan más y más reducidas. Tales diferencias pueden continuar siendo bastante apreciables, no obstante la proximidad infinitesimal que pueda existir entre dos técnicas en la escala de variaciones de la tasa de utilidad. En otras palabras, la continuidad en la variación de las técnicas, conforme varía la tasa de utilidad, no implica continuidad en la variación de los valores de los bienes de capital por hombre y de la producción neta por hombre. De hecho esto parece ser uno de los resultados más importantes que surgen de la discusión sobre reversión de técnicas. Parece revelar a la teoría sobre el capital como un campo inadecuado para la aplicación del cálculo y del análisis infinitesimal, y, por consiguiente, del análisis marginal.

Pero las implicaciones que más nos interesan son evidentemente aquellas que se refieren a la tasa de retorno "sustituta". Si la proposición (a) no es cierta, la diferencia $(r - \rho(r))$ puede indistintamente convertirse en positiva o negativa a cualquier nivel de la tasa de utilidad; lo que significa que no es una función monotónica de la tasa de utilidad. La proporción (6) pierde así de inmediato todas las propiedades de una tasa de rendimiento física. La falsedad de la proposición (a) simplemente hace imposible construir cualquier expresión, en lo que respecta al sistema económico en general, que se comporte como la tasa física de rendimiento del caso de técnicas infinitas y un producto. En otras palabras, en general no existe una tasa de retorno "sustituta".

Lo que, por supuesto, existe siempre es la proporción (4), el segundo concepto de Irving Fisher con respecto a la tasa de retorno, en vista de que puede ser computada en cualquier momento en que hayan dos técnicas alternativas. Pero esta proporción, en primer lugar, se refiere a una escala más amplia de casos que aquellos considerados por los teóricos de la productividad marginal y, en segundo lugar, una vez que se reduce a aquellos casos, no tiene ninguna de las propiedades de una tasa de retorno ya sea física o "sustituta". En sorprendente contraste con lo que ocurre con la proporción (5), su numerador y denominador, cuando se considera un continuum de técnicas, no tienden necesariamente a volverse infinitesimalmente pequeños.[21] En otras palabras, el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno no tiende, en el límite, a lo que la teoría tradicional ha denominado el "producto marginal del capital". En vista de que la diferencia entre la proporción (4) y la tasa general de utilidad puede ser cualquier función de la tasa de utilidad, no es posible obtener a través de la misma un criterio adecuado para determinar la tasa de utilidad en sí.

VIII. El segundo concepto de Irving Fisher sobre la "tasa de retorno": conclusiones

Finalmente podemos volver hacia el punto donde dejamos nuestro análisis en la última parte de la Sección IV. Luego de hallar que la proporción (4), el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno, no guarda relación con lo que la teoría tradicional ha dado en llamar el "producto marginal de capital", podemos ya poner fin a nuestra discusión.

Como hemos visto, la proporción (4), y también la proporción (2), sencillamente representa la tasa de utilidad asociada con el proyecto de inversión que se requiere a fin de pasar de una determinada técnica α a otra técnica β , cuando todos los precios (y la tasa global de utilidad que determina estos precios) se toman como dados. Una comparación de esta tasa de utilidad específica con la tasa global (pre-determinada) de utilidad evidentemente sirve de base para una elección racional entre las técnicas α y β . (Este es el problema de la elección técnica). Podemos, por supuesto, continuar denominando a dicha tasa de utilidad específica la "tasa de retorno", si así lo preferimos. Esto corresponde, depués de todo, a una práctica común entre los inversionistas, quienes se refieren a la "tasa de retorno", o también a la "tasa interna de retorno" de un proyecto de inversión en el sentido de una tasa de utilidad asociada con este proyecto de inversión en aquellos casos en que todos los precios son tomados como dados. Pero si eso es todo lo que hacemos, debemos apreciar que sencillamente estamos empleando las palabras "tasa de retorno" como una denominación alternativa para "tasa de utilidad".

Esto evidentemente no es lo que los teóricos de la productividad marginal han enunciado. Ellos pensaron que podrían construir sobre la proporción (4) lo que han dado en denominar "el aspecto físico o técnico o de productividad"[22] de una teoría sobre la tasa de utilidad. Debemos llegar a la conclusión de que, para este propósito, el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno, al igual que su primer concepto, no tiene ningún valor.

IX. El análisis de Solow

Resultará interesante al llegar a este punto considerar brevemente los argumentos presentados por el profesor Solow en el trabajo ya mencionado, que escribió en respuesta a la discusión sobre la reversión de técnicas y en defensa del concepto sobre la tasa de retorno.[23] Podemos distinguir, para este fin, dos corrientes diferentes de argumentos en el análisis del profesor Solow, las cuales, aun cuando son desarrolladas lado a lado y se mezclan, inevitablemente permanecen separadas.

La primera corriente de argumentos se presenta al principio de su artículo y se desarrolla alrededor de la "proposición básica" de que "...en cualquier forma que se determine la tasa de interés...ésta constituye una medida exacta de la tasa social de retorno en relación al ahorro".[24] Aquí el profesor Solow no emplea ninguna teoría sobre la tasa de interés (o sobre la tasa de utilidad: los dos términos coinciden en este contexto). El supone que la tasa de utilidad es dada en forma exógena y simplemente se refiere al enunciado de que la tasa de utilidad, en cualquier forma que sea determinada, es siempre igual a la tasa social de retorno. Este argumento parece sorprendente hasta que se analizan las definiciones del profesor Solow. En términos verbales, él define a la tasa de retorno como "la proporción del aumento perpetuo en el consumo en relación al sacrificio inicial de una sola vez", que llevaría a pensar en el segundo concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno; pero en términos matemáticos proporciona una fórmula que coincide con nuestra expresión (3), que representa el primer concepto de Irving Fisher sobre la tasa de retorno.[25] Es ésta fórmula, es decir, la primera definición de Irving Fisher [26] la que él emplea en su "prueba". Esta fórmula, como hemos visto, es una expresión contable para la tasa de utilidad a la cual los dos sistemas económicos bajo estudio son igualmente rentables. Así pues, el planteamiento del profesor Solow difícilmente puede sorprendernos. Luego de *denominar* "tasa social de retorno" a la tasa de utilidad a la cual dos sistemas económicos son igualmente rentables, no debe sorprendernos el encontrar que la tasa social de retorno tal como ha sido definida sea en verdad, en todas circunstancias, igual a la tasa de utilidad a la cual los dos sistemas económicos son igualmente rentables. Esto se ha convertido en una aseveración tautológica[27] que sin duda alguna es siempre cierta pero que no puede probar nada sobre alguna teoría relativa a la tasa de utilidad.

La segunda serie de argumentos resulta aún más complicada, ya que se encuentra en el trasfondo de todo el análisis. Luego de aparecer por aquí y por allá, se presenta en forma contundente en la sección final, que nos lleva al planteamiento definitivo del profesor Solow en el sentido de que el fenómeno de la "reversión de técnicas" no invalida la "teoría neoclásica sobre el capital en toda su generalidad".[28] Es evidente que ya en esta etapa las expresiones contables han quedado muy atrás. Porque la teoría neoclásica sobre el capital (o sea la teoría marginalista) se apoya en una teoría muy específica sobre la tasa de utilidad.Si uno busca la justificación de este planteamiento encuentra poco. El profesor Solow lleva a cabo un largo análisis, en el trasfondo del cual puede apreciarse el caso particular de un solo producto que hemos investigado en la Sección V anterior.[29] Sabemos que en este caso específico existe una tasa física de retorno. Merecería la pena averiguar en qué forma el profesor Solow puede extender las propiedades de una tasa física de retorno al caso general, como se había hecho en la teoría marginalista del capital antes de la discusión sobre la reversión de técnicas, cuando la proporción (4) fue reducida a una tasa de retorno "sustituta" (6) mediante el postulado y las suposiciones que hemos examinado. Pero el profesor Solow no da ningún paso en este sentido. Simplemente encuentra que, en el caso particular de un mundo con un sólo producto, la expresión contable (3) se reduce a la proporción física (5). Y, de ahí en adelante, toma la expresión contable (3) como una prueba de la validez general de la teoría neoclásica sobre el capital. Esto, por supuesto, constituye un *non-sequitur*, en vista de que la expresión contable (3) no puede probar nada con respecto a teoría alguna. La única interpretación que puedo dar a este procedimiento es que, una que otra vez, el profesor Solow puede haber confundido la expresión contable (3) con la tasa de retorno "sustituta" de la teoría marginalista del capital, o sea con la proporción (6). Al hacerlo toma las propiedades de la primera como si fueran pertinentes a la segunda; y, a la inversa, vuelve a atribuir a la expresión contable (3) las propiedades que la teoría marginalista del capital había conferido a la tasa de retorno "sustituta" (6). Puede resultar de interés considerar por lo menos un ejemplo en cada dirección.

El profesor Solow considera un resultado notable el que, cada vez que dos técnicas son igualmente rentables, aquella que implica el mayor valor de bienes de capital por hombre representa también el mayor rendimiento por hombre.[30] Parece no darse cuenta de que ésta es necesariamente una implicación necesaria de suponer que las dos técnicas son igualmente rentables. De hecho, si no fuera así el significado sería de que las dos técnicas no son igualmente rentables, lo que equivaldría a contradecir su hipótesis. En otras palabras, el resultado es propiedad inherente de la expresión contable (3). La característica engañosa ha sido quizás el que la tasa de retorno "sustituta" de la teoría marginalista del capital tenía también la misma propiedad, simplemente porque había sido constituida de tal manera que coincidiera también con la expresión contable (3), cuando $r = r^*$. No debe sorprender el que la desaparición del postulado moderado de la teoría marginalista del capital, y por consiguiente de la tasa de retorno "sustituta", no afecte las propiedades de la expresión contable (3), que en sí misma, como ya hemos visto, no tiene ninguna relación con teoría alguna.

El ejemplo en la otra dirección puede resultar más interesante. Luego de dar la "prueba" de su proposición básica, el profesor Solow pasa a referirse a la hipótesis sobre el número infinito de técnicas de la teoría marginalista del capital. En nuestra notación, plantea la siguiente proposición:[31] si la técnica se convierte en la más rentable a una tasa de utilidad r_α ligeramente más elevada que la r^*, y la técnica β se convierte en la más rentable a una tasa de utilidad r_β ligeramente más baja que r^*, entonces, en términos generales

$$r_\alpha \geq \frac{p^*(Y_\beta - Y_\alpha)}{p^*(K_\beta - K_\alpha)} \geq r_\beta \qquad (7)$$

Ahora bien, en vista de que la proporción $\frac{p^*(Y_\beta - Y_\alpha)}{p^*(K_\beta - K_\alpha)}$ no es otra cosa que r^*, la desigualdad (7) es simplemente una repetición, en símbolos, de lo que ha sido expresado en palabras. Pero el profesor Solow deduce de ello lo que está llamado a ser una conclusión sorprendente: "Conforme aumenta el número de técnicas y decrecen las distancias entre ellas, cada tasa de interés se convierte en un punto de cambio y esta pequeña indeterminación se desvanece en el límite".[32]

El lector podrá observar, en primer lugar, un error en esta frase (cuando se dice "toda tasa de interés se convierte en un punto de cambio"[33]). Pero dejando de lado este error, el lector esperará en vano que se le indique cuál es la "indeterminación" que "desaparece en el límite". El profesor Solow no lo dice.[34] No es posible suponer que al mencionar el factor de falta de determinación que desaparece en el límite, el profesor Solow pretenda significar la desaparición de la diferencia entre r_α y r_β (siendo α y β las dos técnicas próximas). Porque esto es lo que *él presume.* Debe pues interpretársele en el sentido de que conforme r_α y r_β se hacen infinitesimalmente próximas entre sí (puesto que a tasas de utilidad más elevadas o más bajas otras técnicas resultan más rentables) tanto el numerador como el denominador de la expresión (3) -v.g., tanto p^* $(Y_\beta - Y_\alpha)$ y p^* $(K_\beta - K_\alpha)$, se vuelven infinitesimalmente pequeños y desaparecen en el límite. Pero esto es precisamente lo que se ha demostrado ser falso, como ya hemos visto. Dicha consecuencia, por supuesto, se consideró cierta debido a la construcción teórica que se estructuró sobre la proposición (a) el postulado moderado de la teoría marginalista del capital. Pero la proposición (a) es falsa, tal como el mismo profesor Solow lo admite, sin aparentemente darse cuenta de todas sus implicaciones.

Para concluir, cualquiera que sea la serie de argumentos que uno elija, la defensa del profesor Solow no parece ser muy convincente. Cuando se apoya en las definiciones de Irving Fisher no prueba nada sobre teoría alguna relativa a la tasa de utilidad, y cuando trata de llegar a deducciones en favor de una teoría específica (la teoría sobre la tasa de utilidad basada en la productividad marginal) no logra probar el test de ser lógicamente consistente.

X. Observaciones finales

Las implicaciones del fenómeno de la reversión de técnicas en lo que respecta a la teoría marginalista del capital parecen adquirir mayor seriedad mientras más se las descubre y trae a luz. El resultado inicial, de falta de relación general entre la tasa de utilidad y el valor de los bienes de capital por hombre, contradijo la interpretación marginalista con respecto a la tasa de utilidad como un selector de la intensidad de capital, o sea, como un "índice de escasez" de la "cantidad de capital". Una mayor investigación revela ahora que otro concepto *tradicional*, el de la "tasa de retorno", carece de todo contenido teórico autónomo.

Por supuesto que siempre se puede atribuir un significado a las palabras "tasa de retorno". Por ejemplo, se puede elegir emplear las palabras "tasa de retorno" como otro término para "tasa de utilidad". Esto en realidad se ha hecho de dos maneras diferentes: denominando "tasa de retorno" a aquella tasa de utilidad a la cual dos técnicas son igualmente rentables, y siguiendo la práctica de los empresarios de denominar "tasa de retorno" a la tasa de utilidad que está asociada con algún proyecto de inversión específico, cuando todos los precios se toman como dados. Pero si se sigue esa línea, es decir, si uno emplea las palabras "tasa de retorno" como un sinónimo de "tasa de utilidad", evidentemente no puede pretenderse emplear el concepto de tasa de retorno para explicar la tasa de utilidad.

La idea que había sido básica para la teoría marginalisita del capital fue otra diferente y una más profunda. La idea era que, aun en la etapa más sencilla de un sistema económico estacionario, existe algo que se denominará la "tasa de retorno" que puede ser definida en forma autónoma e independiente de la tasa de utilidad; una cosa que es mayor o menor de acuerdo a si la "cantidad de capital" existente es mayor o menor, y como tal representa una propiedad técnica general de la "cantidad de capital" existente. Tal cosa justificaría y explicaría la tasa de utilidad. Es esta idea la que ha dado pruebas de ser una ilusión, puesto que, en general, tal cosa no existe.

APENDICE

Un empleo peculiar del término "producto marginal del capital"

El lector puede haber observado que la fórmula (3), que ha sido estudiada en la Sección III anterior, es una expresión que ha surgido en muchas otras oportunidades en la literatura sobre economía durante los últimos veinte años, y quizás se pregunte si siempre ha sido interpretada de la misma manera. Lamentablemente a ello debe responderse que la expresión (3) con frecuencia ha dado lugar a ciertas confusiones, que parecen tener su origen en la apariencia formal de la expresión misma. Como puede ver el lector, sucede que la fórmula (3) muestra diferencias en los productos netos en el numerador y en los valores totales de los bienes de capital en el denominador. Si no se tiene cuidado, es fácil equivocarse y asociarla con el concepto tradicional de "producto marginal del capital". La similitud formal ha sido reforzada por el hecho de que la expresión (3) ha sido con frecuencia escrita en términos de cantidades infinitesimales; lo que siempre puede hacerse, en vista de que cualquier proporción puede ser expresada en términos de cantidades infinitesimales si se multiplica tanto el numerador como el denominador por una constante que tienda a convertirse en infinitesimalmente pequeña. A este procedimiento se le ha dado, de hecho, la siguiente interpretación.

Consideremos un sistema económico de múltiples productos y múltiples técnicas en el cual hay rendimientos constantes a escala y en el cual los medios de producción son tales que no debe descartarse ningún bien de capital al pasar de una técnica a otra. Podemos entonces considerar un proceso de "acumulación de capital" que se inicia a partir de una situación en que el sistema económico emplea únicamente la técnica α y lleva a una situación en la cual utiliza únicamente la técnica β, a través de una serie infinita de etapas intermedias en la cual emplea diversas combinaciones lineales de las dos técnicas. Si comparamos dos cualesquiera de estas etapas intermedias, y computamos la relación entre las diferencias de los dos productos netos y las diferencias de los dos valores totales de los bienes de capital, a aquellos precios a los cuales ambas técnicas son igualmente rentables, obtendremos una proporción que no es otra cosa que la expresión (3), con un numerador y un denominador proporcionalmente más pequeño. En forma más precisa obtendremos

$$\frac{p^* \left\{[\gamma\, Y_\alpha + (1-\gamma)\, Y_\beta] - [(\gamma + \Delta\gamma)\, Y_\alpha + (1-\gamma-\Delta_\gamma) Y_\beta]\right\}}{p^* \left\{[\gamma\, K_\alpha + (1-\gamma)\, K_\beta] - [(\gamma + \Delta\gamma)\, K_\alpha + (1-\gamma-\Delta\gamma)\, K_\beta]\right\}} \equiv$$

$$\frac{\Delta\gamma\, p^*\ (Y_\beta - Y_\alpha)}{\Delta\gamma\, p^*\ (K_\beta - K_\alpha)} \equiv r^* \qquad (8)$$

donde γ es una constante arbitraria y $\Delta\gamma$ es un incremento de dicha constante ($1 \geq \gamma \geq 0$, y $1 \geq \gamma + \Delta\gamma \geq 0$).

Como podrá apreciar el lector, el procedimiento equivale a multiplicar tanto el numerador como el denominador de (3) por una constante $\Delta\gamma$. Si ahora convertimos a $\Delta\gamma$ en la expresión más pequeña que nos parezca (es decir, si hacemos que las dos etapas intermedias que se comparan, sean cada vez más próximas entre sí) podemos hacer que el numerador y el denominador de (8) sean tan pequeños como queramos. Esto significa que podemos indicar la expresión (3) como una proporción de cantidades infinitesimales o sea como una derivada. Es esta derivada la que con frecuencia ha sido confundida con el concepto tradicional de "producto marginal del capital".
Pero la disertación anterior debe ayudar a eliminar esta confusión.

Obtener una proporción de una cantidad infinitesimal de producción neta a una cantidad infinitesimal del valor de los bienes de capital no significa haber obtenido un "producto marginal de capital". Este concepto tradicional fue debido como una proporción en el límite de las diferencias de dos productos netos y de dos "cantidades de capital" correspondientes a dos técnicas *distintas*, cada una de las cuales sería la más rentable a una tasa de utilidad *distinta*. La derivada obtenida arriba, por otro lado, es una proporción en el límite de las diferencias entre dos combinaciones de las mismas técnicas a la misma tasa de utilidad. Tal derivada es sencillamente otra forma de expresar la tasa de utilidad r^* y evidentemente no es la derivada que la teoría de la productividad marginal ha dado en denominar el "producto marginal del capital".

Por supuesto que una vez más se podría poner fin a cualquier discusión y decidir denominar a la proporción (8) "producto marginal del capital". Este sería un empleo algo peculiar del término; sin embargo, siempre se podría alegar el derecho de elegir sus propias definiciones. Pero entonces habrá que ser consistente. Si se distingue la proporción (8) y se decide denominarla "producto marginal del capital" es evidente que no puede pretenderse emplearla como si se tratara del concepto que la teoría tradicional ha dado en denominar el producto marginal del capital, en vista de que dicho concepto fue algo distinto. Por cierto que si el concepto tradicional no hubiera sido distinto, la teoría de la productividad marginal nunca se habría convertido en teoría. Ya que, como hemos visto, la proporción (3), y también la (8), son expresiones compatibles con cualquier teoría relativa a la tasa de utilidad.

Notas

1.Deseo expresar mi reconocimiento al Sr. Piero Sraffa, cuya paciente y penetrante crítica me ha resultado provechosa durante todo el proceso de recopilación de estas notas.

2.Ver: Capítulo XII de Piero Sraffa, *Production of Commodities by Means of Commodities*, (Cambridge 1960), y el Symposium publicado en el *Quarterly Journal of Economics,* Noviembre de 1966, con artículos de : L. L. Pasinetti, D. Levhari, P.A. Samuelson, M. Morishima, M. Bruno, E. Burmeister, E. Sheshinisky y P. Garegnani.

3.Robert M. Solow, *Capital Theory and the Rate of Return* (Amsterdam, 1963), p. 16.

4.Robert M. Solow, *The Interest Rate and Transition between Techniques*, aparecido en *Socialism, Capitalism and Economic Growth.* Ensayos presentados a Maurice Dobb, publicados por C. H. Feinstein (Cambridge, 1967), pp. 30-9.

5.Irving Fisher parece haber desarrollado el concepto de tasa de retorno principalmente en respuesta a las críticas de que fue objeto, ya que no aparece en ninguna parte de su primer trabajo teórico, *The Nature of Capital and Income* (Nueva York, 1906). (Encontramos en él una "tasa de valor-retorno", que es un concepto diferente). Dicho trabajo fue objeto de severas críticas debido a que no hace referencia al aspecto de la productividad de los bienes de capital. Luego, en su segundo trabajo teórico - *The Rate of Interest* (Nueva York, 1907)- Irving Fisher presentó el concepto de "tasa de retorno". Según explica, "Por medio de ella nos es posible aceptar dentro de nuestra teoría los elementos de verdad que poseen algunas de las teorías sobre productividad, las teorías sobre costos y la teoría de Böhm-Bawerk sobre la técnica de producción" (ibid., p. 159). Pero las críticas sobre el mismo aspecto continuaron y en respuesta Irving Fisher elaboró aún más el concepto de tasa de retorno. Todo un capítulo ha sido dedicado a ello (Capítulo VII) en la última versión de su libro *The Theory of Interest* (Nueva York, 1930).

6. *The Rate of Interest*, pp. 152-4.

7. *The Rate of Interest*, pp. 152-4.

8.*Ibid*, pp. 153-4.

9.*The Theory of Interest*, p. 155.

10.*The Rate of Interest*, pp. 156-8.

11.*The Rate of Interest*, p. 176.

12. La mejor fuente de referencia individual es quizás: Piero Sraffa, *op.cit*.

13. A través de todo el presente análisis se establecerán comparaciones solamente entre sistemas económicos. Por consiguiente, la palabra *técnica* será empleada para significar todo el grupo de métodos de producción que funcionan dentro de un sistema económico.

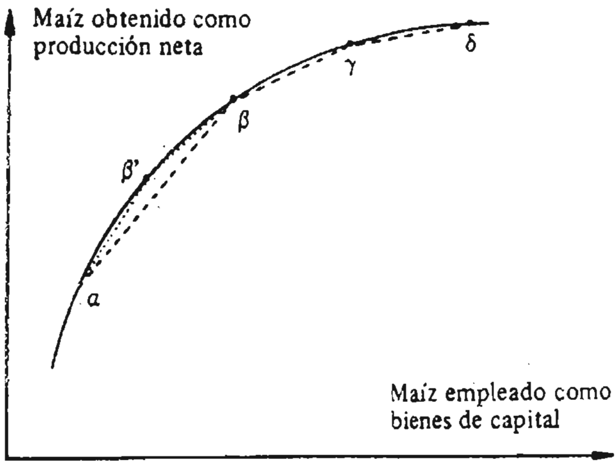
14. Consiste en dar una expresión cuantitativa a la tasa de utilidad que va asociada al cambio específico bajo consideración, y luego compararla con la tasa de utilidad que ha sido aceptada como dada. Por supuesto que dicha cuantificación, es decir, la proporción (4), resultará diferente de acuerdo a la tasa predeterminada de utilidad que haya sido tomada como dada. Esta falta de determinación puede o no afectar la elección entre α y β. Pueden distinguirse por lo menos tres categorías de casos. En algunos de ellos la proporción (4) es mayor que la tasa predeterminada de utilidad,

cualquiera que sea la tasa predeterminada (no negativa) de utilidad que se escoja. Estos son los casos en que la tasa de retorno dentro de la primera interpretación de Irving Fisher ni siquiera existe: la técnica β es en forma inequívoca mejor que, es decir, domina por completo, la técnica α. Existen luego toda una serie de otros casos en los cuales pueden surgir complicaciones de diversos tipos, debido a que parte de los bienes de capital se hacen redundantes. Y, por último, hay un tercer grupo de casos en que aun sin las complicaciones inherentes a un exceso de bienes de capital- la proporción (4) es mayor que la tasa (predeterminada) de utilidad en algunos niveles de esta tasa de utilidad, y menor en otros. Es exclusivamente en este tercer grupo de casos que los teóricos marginalistas han concentrado su análisis, como se verá en las próximas páginas.

15.Convendría quizá señalar la diferencia entre la proporción (5) y la (2). La (5) representa una genuina proporción física: el producto neto (en el numerador) y el bien de capital (en el denominador) en realidad son el mismo producto físico. La proporción (2), por otro lado, ha sido *expresada en términos* del mismo producto físico, pero no constituye una proporción física: los bienes de capital (representados por el denominador) son productos heterogéneos, que demandan un sistema de precios a fin de poder ser expresados en términos del producto que aparece en el numerador. En otras palabras, la proporción (2) necesariameante implica un sistema de precios, mientras que la proporción (5) no.

16.Todo esto puede ser expresado en un diagrama presentado por la profesora Joan Robinson (en *The Accumulation of Capital*, Londres, 1956). Para empezar supongamos que solamente se conocen las técnicas α, β, γ, δ. Luego, en la Fig. 1: las posibilidades técnicas a disposición de la economía están representadas por los puntos α, β, γ y δ, y por cualquier combinación lineal de los mismos- los segmentos $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$. Las tasas de retorno físicas R, R, y R" están representadas por las pendientes de los mismos segmentos en el mismo orden. Así pues, lo que es un punto de cambio, en la escala de variación de la tasa de utilidad, está representado en la Fig. 1 por una faceta plana: el segmento recto que une a dos técnicas cualquiera.

Podemos ahora suponer que otra técnica del mismo tipo, denominada β ', se hace conocida entre α y β. La faceta plana anterior (punto de cambio) $\alpha\,\beta$ queda dominada por las dos nuevas facetas planas (puntos de cambio) $\alpha\beta$ ' y β ' β, representadas por los tramos punteados del diagrama. Y si continuamos haciendo supuestos de este tipo *ad infinitum*, entre dos técnicas cualquiera -indistintamente de cuan próxima esté una de otra- siempre aparece una tercera técnica. Todas las técnicas se aglomeran, al tornarse infinitas, para formar la curva suave del diagrama. En esta etapa cualquier movimiento a lo largo de la curva, no importa cuan pequeño, implica pasar *directamente* de una técnica a otra. Todas las facetas planas (puntos de cambio) pierden pertinencias, y cualquier tramo que una a dos técnicas adyacentes tiende, en el límite, a la tangente de la curva suave, v.g., a la derivada del maíz como producto neto con respecto al maíz como bien de capital.



17. Para ser específicos, las dos restricciones mencionadas implican que, con respecto a la proporción (4), la proporción (6) tiene dos limitaciones importantes: se supone que *no* se refiere a casos en los cuales una técnica domina a la otra completamente , y se supone que no se refiere a los casos en los cuales los bienes de capital se refieren específicamente a técnicas particulares. En otras palabras, el primero y el segundo grupo de casos especificados en la nota a pie de página No. 14 (que eran relevantes en lo que respecta al caso de un producto y técnicas infinitas mencionado en la sección anterior) han sido sencillamente dejados de lado aquí. Se supone que la relación (6) se refiere exclusivamente a la tercera categoría de casos mencionados en la nota a pie de página No. 14.

18. Indudablemente, si el caso de técnicas infinitas y un producto fuera a tomarse por sí solo, en forma aislada, cualquier posibilidad de pertinencia práctica quedaría fuera de discusión. ¿Donde podríamos jamás encontrar dos métodos de producción que difieran únicamente en lo que respecta a ese elemento de producción específico (físico) que corresponde al producto que está siendo producido? Parece inevitable que si el método α, en relación al método β, requiere una mayor cantidad de maíz para producir más maíz, habrá también de precisar al menos mayor cantidad de mano de obra o máquinas, para transportar y manipular el maíz adicional. El primer supuesto que respalda ese caso abstracto, en sí mismo, parece pues ser una imposibilidad absoluta. Sin embargo, el caso es aún mucho más limitativo. Se supone, que existen no sólamente uno, sino un número infinito de tales métodos alternativos peculiares de producción, pero más que todo se supone, que no se conoce ningún otro tipo de método alternativo, no sólamente con respecto al maíz, sino con respecto a todos los otros productos.

19. Este es en realidad el marco de referencia teórico que el profesor Solow ha empleado en su obra *Capital Theory and the Rate of Return, op.cit.* Todo el análisis de este libro está abierto al desafío de los nuevos resultados.

20.Cf. "Symposium", mencionado al principio, en la publicación *Quarterly Journal of Economics,* Noviembre de 1966.

21. Esta proposición rige "a fortiori" con respecto al numerador y al denominador de la proporción (3). Otra implicación de estos resultados es que asimismo la aplicabilidad del diagrama de la profesora Joan Robinson considerado en la nota a pie de página No. 16 continúa limitada al caso de técnicas infinitas y un sólo producto. En el caso general, si uno decide evaluar los bienes de capital de cada técnica a aquel sistema de precios al cual cada técnica se torna pertinente, no es posible representar todos los bienes de capital simultáneamente sobre el mismo eje, sencillamente porque cada técnica -aun a la misma tasa de utilidad- incluye su propio sistema particular de precios. Si, por otro lado, uno decide evaluar los bienes de capital de todas las técnicas al mismo nivel de precios a fin de poder presentarles sobre el mismo eje, se pierde el principal propósito del diagrama mismo, según puede fácilmente ser demostrado. En primer lugar, la elección de la serie de precios es arbitraria. Existe un conjunto específico de precios (y por consiguiente una serie de valores de bienes de capital) para cada tasa de utilidad particular que se elige. La dificultad fue recalcada por la misma profesora Joan Robinson, quien trató de superarla complicando el diagrama y trazando una curva específica para cada tasa de utilidad específica. Pero existe una segunda complicación mucho más perjudicial. Cualesquiera que sean los precios elegidos, no hay razón para esperar que el orden en el cual los valores de los bienes de capital de las diversas técnicas emerjan, a los precios elegidos, sea igual al orden en que las diversas técnicas se tornan pertinentes en la escala de variación de la tasa de utilidad. Esto equivale a decir que el orden nombrado en última instancia (el verdadero propósito del diagrama fue representarlo) sencillamente no puede ser mostrado en el diagrama. Parecería que la literatura económica no percibe esta segunda complicación. Por ejemplo, el profesor Michio Morishima, en su obra *Equilibrium, Stability and Growth* (Oxford, 1964), observó la primera complicación (como puede apreciarse en los diagramas 13 y 14 de las págs. 126-7,) pero la

segunda le pasó completamente desapercibida. En sus diagramas 10, 11, 15 y 16 (pp. 124, 128 y 129) todos los bienes de capital son evaluados a una serie de precios específica -en su caso los precios de la técnica e- y sin embargo son representados en forma tal que forman una bonita curva convexa en el mismo orden en que se tornan pertinentes en la escala de variaciones de la tasa de utilidad. No existe una razón clara que explique por qué, en general, esto deba ser así.

22.. Irving Fischer, *The Theory interest, op.cit.* pág.176.

23. Robert M. Solow, *The Interest Rate and Transition between Techniques* , *op.cit.*, ver nota de pie No. 4.

24.*Ibid.* pág. 30.

25. Ambas definiciones están contenidas, una después de la otra, al final de la pág. 32 (*Ibid*).

26. Esto se confirma dos páginas más adelante, donde él vuelve a definirla como "la tasa de descuento que asigna a las dos corrientes alternativas de consumo el mismo valor actual" (*ibid.* p. 34).

27. Frases tales como "..si a y b resultan competitivas a más de una tasa de interés. Cualquier tasa de interés a la cual las dos técnicas pueden competir servirá como una tasa de retorno" (*ibid.*, p. 36) significan sencillamente -en los casos en que las palabras "tasas de retorno" son reemplazadas por su definición- que: "si a y b son competitivas a más de una tasa de interés, cualquier tasa de interés a la cual las dos técnicas pueden competir servirá como una tasa de interés a la cual las dos técnicas pueden competir".

28. *Ibid.*, pag. 38.

29. Este caso es empleado por el profesor Solow en la primera parte de su análisis, donde da su "prueba" (*ibid.*, parte superior de la pág. 33). El

lector no debe confundir este caso de un solo producto con lo que hace el profesor Solow en la Sección 6 que sigue en su artículo (*ibid*., pp. 35-6) donde, si bien considera un sólo artículo de consumo, no excluye la heterogeneidad en los bienes de capital. Por consiguiente, su conclusión de que: "Sólamente existe un bien de consumo, de manera que la tasa social de retorno, tal como yo la he definido en la sección anterior [que es la definición citada en la nota 4 al pie de la pág. 34] no tiene que ver con los precios" (*ibid*., pág. 35), resulta muy engañosa. Da la impresión de que se obtiene una tasa física de retorno, si bien es evidente que no puede existir una tasa física de retorno cuando los bienes de capital son heterogéneos en términos de un artículo de consumo al que se supone que se "renuncia" a fin de hacerlos; pero esto evidentemente implica un sistema de precios. En otras palabras, el procedimiento adoptado es del mismo tipo que el que se considera en la proporción (2) en la Sección I anterior. (Ver también la nota de pie No.1, p. 17). Puede efectuarse el cómputo sin usar precios en forma explícita sencillamente porque los precios han sido ya empleados implícitamente al expresar todas las heterogéneas adiciones a los bienes de capital en términos del mismo artículo de consumo.

30. ...suceda lo que suceda, el signo de p^* (c^* - c) es igual al signo de p^* (c - $\bar{c}$), mientras la tasa de interés se mantenga positiva" (*ibid*., pag. 38).

31. *Ibid*.,pág. 33.

32. *Op.cit*., pág. 33.

33. Eso es precisamente lo que, dentro de su contexto marginalista no ocurriría en el límite, tal como hemos visto en las Secciones V y VI que anteceden.

34. Solamente al final de su artículo vuelve el profesor Solow sobre el tema, pero solamente para repetir la misma aseveración en términos aún más vagos: "Conforme el número de técnicas se torna "denso", la desigualdad se convierte en el límite en una igualdad; la diferencia

entre los movimientos infinitesimales hacia adelante y hacia atrás -y el consiguiente cambio en la tasa de salario real- se convierten en un infinitésimo de segundo orden" (*ibid* ., p. 39). Podría obtenerse la impresión, a primera vista, de encontrar una clave en la frase anterior: "Si los precios iniciales y la tasa de interés no son los del punto de cambio, entonces la desigualdad...[en nuestra notación la desigualdad (7)] es todo lo que se puede aseverar; la tasa de retorno variará para pequeños aumentos y disminuciones en el consumo" (*ibid.*). Pero en cuanto se analiza esta frase se puede apreciar que no tiene sentido. Si el profesor Solow está empleando otros precios diferentes de los del punto de cambio, es evidente que está contradiciendo su propia definición, y si habla de una tasa de retorno que varía en cuanto a los "aumentos y disminuciones en el consumo", es obvio que no se está refiriendo a la "tasa de retorno" que aparece en su desigualdad. (Nuevamente aquí, quizás, estaba pensando en la tasa de retorno "sustituta" de la teoría marginalista del capital.)

Sobre la tasa de retorno: respuesta a Pasinetti

Autor:
Robert Solow

Título Original: On The Rate Of Return: Reply To Pasinetti

Publicado en:
The Economic Journal, Junio 1970

Traductor: Héctor Cervini
y Rosa Elena Juárez

El artículo de Luigi Pasinetti[1] parece ser un tejido de confusión, y creo saber porqué. El ha fijado en su mente una teoría que yo debo defender porque es esta la teoría que él está atacando. Pero en realidad, él ha inventado esta teoría para tal propósito, de ahí la impresión de boxear con sombras. (No puedo imaginar de qué otra manera explicar el hecho, por ejemplo, que transcriba dos proposiciones de mi trabajo, atribuyéndome a mí la idea de que ellas son "sorprendentes" y "notables", cuando realmente pienso que son perfectamente obvias).

La teoría en cuestión es una versión particular de la teoría de la productividad marginal. Es peculiar porque parece insistir (como una cuestión de principio, no de conveniencia), sobre la agregación de todo el activo de capital dentro de un número, porque entiende por productividad marginal la derivada del producto neto con respecto al *valor* de este activo de capital. No sostengo tal teoría, ni tampoco lo hace nadie que conozca. Es cierto que Wicksell cometió un último error en su vida y nunca lo corrigió, y Metzler cometió el mismo, pero sí lo corrigió. Pero debiera haber pensado que el problema había sido establecido antes.[2] Hasta donde sé, nunca había adoptado, en trabajo riguroso, el "postulado" discreto de Pasinetti, el cual está inmediatamente conectado con su versión especial de la teoría ortodoxa que si una de dos técnicas es más rentable que la otra a altas tasas de salario real, y menos rentable a tasas más bajas, entonces tendrá un mayor valor de bienes de capital por hombre. Es verdad que los modelos con un bien de capital se comportan así, pero ellos son simplemente vehículos baratos para interpretar datos (los cuales parecen comportarse de esa forma).En cualquier caso, cuando hablo de la teoría neoclásica del capital en su generalidad, no me estoy refiriendo, ciertamente, a esta construcción de Pasinetti.

En un trabajo anterior[3] he demostrado una proposición que puede ser expuesta resumidamente como sigue. En una economía con rendimientos constantes a escala, de la clase considerada por Pasinetti, imaginemos dos técnicas de producción conocidas con la propiedad de que ambas se quiebran a una misma tasa de interés (o tasa de ganancia), y asociadas a un mismo salario real. Llamemos a esta tasa de interés la "tasa de cambio" para el par de técnicas. Imaginemos que la economía parte de un estado estable usando una de las técnicas y disfrutando cierto monto de consumo. Hagamos *mover* la economía de un tiempo finito o infinito a un estado estable usando la otra técnica y disfrutando un cierto y, presumiblemente, diferente consumo. Esta transición genera una serie finita o infinita de diferentes consumos entre la corriente constante de consumo que podría haber sido disfrutada si la transición no se hubiese producido y el flujo de consumo que realmente se da en el curso de la transición hacia la segunda técnica y después. Si hay una tasa de interés que descuente la corriente de diferencias de consumo a cero, llamémosla la "tasa de retorno" correspondiente a la transición. Entonces, bajo algunos supuestos, la tasa de retorno asociada con una transición entre técnicas es igual a la tasa de cambio para aquellas técnicas.

Esta proposición hace sentir al profesor Pasinetti incómodo, y sugiere que ésto es de algún modo falso. El llama tautológico lo que no tiene sentido. Ninguna proposición deductiva es una tautología; uno sólo puede decir que unas son más obvias o menos interesantes que otras. El profesor Pasinetti parece sentir que esta proposición particular es desorientadora, o parece decir algo que realmente no dice. El clama:

"Da la impresión de que se obtiene una tasa física de retorno, si bien es evidente que no puede existir una tasa física de retorno cuando los bienes de capital son heterogéneos. El procedimiento del profesor Solow simplemente consiste en expresar bienes de capital heterogéneos en términos de un artículo de consumo al que se supone que se "renuncia" a fin de hacerlos; pero esto evidentemente implica un sistema de precios ... Puede efectuarse el cómputo sin usar precios en forma explícita, sencillamente porque los precios han sido ya empleados implícitamente al expresar todas las adiciones heterogéneas de los bienes de capital en términos del mismo artículo de consumo".

Si hay solamente un bien de consumo la tasa de retorno es, en realidad, un concepto "físico", como mi breve descripción lo muestra; ésta mide los términos de trueque sobre el cual el bien de consumo puede ser eficientemente transferido a través del tiempo de producción. Cuando hay más de un bien de consumo, deben usarse los precios para generar una corriente de "diferencias de consumo". Para tal propósito uso el sistema de precios intrínseco común a ambas técnicas en el punto de cambio. Esto no tiene nada que ver con la multiplicidad de bienes de capital. Lo más importante aún, es que el profesor Pasinetti se ha equivocado en todo el punto si piensa que la renuncia de bienes de consumo es meramente metafórica. Los bienes de consumo son realmente "renunciados", no en alguna forma computacional, sino por la desviación de recursos a la producción de bienes de capital. Esta es la llave de todos los negocios. Esto es, después de todo, la forma mediante la cual una sociedad, sin recursos ociosos, sacrifica consumo presente por consumo futuro, o viceversa.

Aquí doy un ejemplo de lo que pienso. Supongamos que las dos técnicas tienen dos matrices, a y b, donde por ejemplo, a_{ij} es el insumo de capital circulante en la forma de mercancía i que es requerida en un periodo para producir una unidad de mercancía j con la técnica a. Llamemos a_o al vector de insumo de trabajo, requerido por unidad de producción de cada mercancía. Similar para la técnica b. Hagamos (r, w) la tasa de interés y la tasa de salario en las que las dos técnicas se quiebran, y llamemos p al sistema de precios asociado, que las dos técnicas tienen en común.

Entonces:

(1) $$p = (1 + r)pa + w_{ao} = (1 + r)pb + w_{bo}$$

Imaginemos primero a la economía en un estado de equlilibrio, usando la técnica a y con una unidad de trabajo disponible. Llamemos su vector de producto bruto x y su vector de consumo c, y

(2) $$x = ax + c, \qquad a_O x = 1$$

Es decir, el producto debe reemplazar el capital circulante *ax* y proveer el consumo *c*. Todo el trabajo está empleado.

Ahora comencemos el proceso de cambio. En el primer periodo sólo es tranferido a la técnica b la cantidad de trabajo y capital suficiente para producir y'', dejando en la técnica a lo suficiente para producir x'. De este modo:

(3) $$ax = ax' + by'', \qquad a_o x' + b_o y'' = 1$$

El producto total del primer periodo, x' + y'', es asignado en el segundo, entre el capital circulante de las dos técnicas, digamos con un producto x'' y y', y el resto queda disponible para el consumo:

(4) $$x' + y'' = \alpha x'' + c', \alpha_O x'' + b_O y' = 1$$

Se supone que el producto del segundo periodo es suficiente para proveer el capital circulante para el estado de equilibrio final, by, y un remanente para el consumo c'':

(5) $$x'' + y' = by + c'', b_O y = 1$$

Entonces, después del tercer periodo, la economía está en un nuevo estado de equilibrio con un consumo c*:

6) $$y = by + c^*$$

Este es el proceso en el tiempo. El flujo posible de consumo (c,c,c...) ha sido transformado en el flujo (c', c'', c^*, c^*, c^*,...). Si hay más de un bien de consumo, el vector de diferencias de consumo puede ser convertido en escalar, valuándolos a los precios p que satisfacen (1). La tasa de retorno R asociada con este proceso es definida como alguna tasa de interés que descuente el flujo de diferencias de consumo a cero, por lo tanto, como una raíz de la ecuación:

$$O = p\,(c' - c) + p\,(c'' - c)\,(1+R)^{-1} + p(c^* - c)\,[(1+R)^{-2} + (1+R)^{-3} + \dots]$$

Con un poco de aritmética y las ecuaciones (1) a (6) puede demostrarse que r es una raíz de esta ecuación. Sobre esto es la alharaca. Es una implicación "tautológica" de la ecuación de precios (1) que alguna tasa de interés en la que las técnicas a y b compiten o "cambian", es también una tasa de retorno sobre una transición real en el tiempo entre las dos técnicas. Y esto se sostiene sin importar que tanto tiempo se lleve la transición, o qué perfil de consumo particular es.

Hay algunas restricciones sobre este proceso. Ninguno de los vectores de consumo pueden tener componentes negativos, por que esto no tendría sentido. Y estoy suponiendo, implícitamente, que ningún bien debe ser "descartado" por ser redundante o apropiado sólo para una de las dos técnicas. Si este supuesto falla, r y R pueden ser desiguales; si falla levemente, serán levemente desiguales. Esta situación ha sido analizada por Edwin Burmeister.[4]

Debe recordarse que estamos hablando sólo acerca de una clase bastante estrecha de transición, aquella entre dos técnicas que compiten a una tasa de interés de cambio, donde sólo se usan aquellas técnicas. Para analizar transiciones más generales tomaremos un concepto más general que "la" tasa de retorno; no se evitará el conjunto de las variables duales o tasas de retorno de un periodo. Entonces, los bienes de capital redundantes pueden ser tratados con el recurso usual del precio-sombra-cero.

Me gustaría hacer un último comentario. Cuando hablé acerca del caso límite de un continuo de técnicas, remarqué que luego “toda tasa de interés llega a ser un punto de cambio”. Pasinetti describe esto como un error, porque en su enfoque, en el caso continuo, un punto de cambio es un valor que no es tasa de interés. El piensa esto: un punto de cambio es una tasa de interés en la que dos ténicas son viables, pero en el caso continuo bien comportado una técnica domina en cada tasa de interés. En efecto: pero ahora pensemos de esta manera. Definamos un punto de no-cambio como una tasa de interés con la propiedad de que la mejor técnica no cambia para tasas de interés en un pequeño intervalo circundante a éste. En el caso de técnicas discretas casi todo punto es un punto de no-cambio . En el caso límite de un continuo de técnicas, ningún punto es un punto de no- cambio. Si ningún punto es un punto de no- cambio, ¿es claro decir que todo punto es un punto de cambio? Cuando el número de técnicas se hace grande y denso, el número de puntos de cambio (en cualquier definición) se hace más y más grande, sin límite. Parece más natural decir que en el límite el número de puntos de cambio es infinito, que decir que éste salta repentinamente a cero.

Quizás esto ayude a aclararle al profesor Pasinetti lo que pensé cuando dije que en el límite, cuando el número de técnicas crece en densidad, una cierta indeterminación desaparece. Supongamos que a y b cambian a la tasa de interés r, que a domina a b a tasas levemente más altas y que b domina a a, a tasas de interés levemente más bajas. Luego, si todo lo que uno conoce es que a domina a la tasa de interés siguiente r_a, y b dominaría a la tasa de interés más baja r_b, y que en alguna parte ellas cambian, todo lo que uno puede inferir acerca de la tasa de retorno en una transición de a a b es que $r_a \geq R \geq r_b$. La incertidumbre se encoge cuando el número de técnicas crece, por que el rango de las tasas de interés a las que una técnica cualquiera domina se estrecha.

Tengo algunas buenas y otras malas noticias para el profesor Pasinetti. La mala noticia es que tendrá que reconciliarse con la igualdad de la tasa de interés y la tasa de retorno, porque esto es así. Esto no significa que haya una relación importante entre la tasa de interés de equilibrio competitivo y las posibilidades técnicas de una economía. La buena noticia es que esto es sólo parte de una explicación y no parte de una "justificación" de la tasa de ganancia. Y nadie está tratando de hacerle creer una teoría acorde con la cual la tasa de ganancia "es más alta o baja dependiendo de si la existencia de 'cantidad de capital' es menor o mayor, y como tal representa una propiedad técnica general de la existencia de 'cantidad de capital'". Esto es, justamente, sin lo que la teoría neoclásica del capital, en su plena generalidad, puede subsistir.

Notas

1. "Switches of techniques and the 'Rate of Return' in Capital Theory", en Econonuc Journal, Septiembre 1969, pp.508-31.

2. Ver, por ejemplo, Oskar Lange, "The Place of Interest in the Theory of production", en *Review of Economic Studies*, Vol.III, 1936, pp. 159-92, y más específicamente, Lloyd Metzler, "The Rate of Interest and the Marginal Product of Capital. A Correction", en *Journal of Political Economy*, Febrero 1951, pp. 67-8.

3."The Interest Rate and Transition between Techniques", en *Socialism, Capitalism and Economic Growth, Essays presented to Maurice Dobb*, editado por C.H. Feinstein (Cambridge, 1967), pp. 33-9.

4."The Social Rate of Return in a Linear Model", *Weltwirtschaftliches*. Archiv, Vol. 101, No.2, 1968, pp .255-71, especialmente p. 263.

De nuevo sobre la Teoría del Capital y la "Tasa de retorno" de Solow

Autor:
Luigi Pasinetti

Título original:
Again on capital theory and Solow's "rate of return"

Publicado en:
The Economic Journal, Junio 1970

Traducción:
Héctor Cervini
Gilma Garza

Los dos párrafos iniciales y las sentencias finales de la nota del Profesor Solow, a pesar de sus dones altamente polémicos, son los únicos que se refieren a la conclusión principal alcanzada en mi artículo[1]. El ejemplo al que le dedica casi toda la nota es bastante poco relevante y es decepcionante darse cuenta que Solow piensa realmente que sí lo es. Comenzaré con el resultado principal y luego iré al ejemplo.

Solow comienza acusándome de haber "inventado" una "versión peculiar de la teoría de la productividad marginal". Pero la evidencia que da para sustentar esta aseveración es imprecisa y contradictoria. Al presentar la teoría marginalista del capital fui bastante cuidadoso en distinguir entre supuestos "convenientes", o no necesarios (infinito número de técnicas, bienes de capital transferibles), y un postulado "discreto"crucial (nominalmente, el postulado de que las tasas de ganancia menores[2] están siempre asociadas con valores de los bienes de capital por hombre más altos).

Solow me hace aparecer como insistiendo en los supuestos necesarios y trata de escabullirse del punto crucial."Hasta donde yo sé", añade, mientras la atención está sobre los supuestos no necesarios, nunca he adoptado, en algún trabajo riguroso, el postulado "discreto" de Pasinetti. Por lo tanto, debemos deducir que en un "no-riguroso" trabajo, él ha adoptado éste, después de todo (y que yo no he inventado esto). Pero, ¿estamos nosotros ahora llamando "no-riguroso" todo trabajo en el que aquel postulado ha sido adoptado? Esto es la totalidad de la teoría de la productividad marginal del capital (incluyendo a Wicksell, Metzler y Lange).

Esto no es sorprendente ni es esto algo de lo que hay que avergonzarse. La belleza de la teoría del capital de la productividad marginal[3] se debió a este postulado. En las propias palabras de Solow, "una de las piezas más elegantes de la economía es su análisis de las implicaciones sobre la asignación de recursos de un sistema de precios".[4] En particular, en un esquema de equilibrio general los precios eficientes surgen con el significado de índices de escasez de los recursos escasos correspondientes. (Cuanto más alta la cantidad de un recurso particular, menor su precio, *ceteris paribus*). La asignación a la que ellos inducen es óptima porque cada uno de los recursos escasos se usará de acuerdo con su escasez relativa. Esto excitó, en realidad, la posibilidad de incluir la teoría del capital dentro de un esquema de equilibrio general. Esto es precisamente lo que el postulado mencionado hizo posible. Hizo aparecer el "capital" como un recurso escaso y la tasa de ganancia como si fuera, como cualquier otro precio de equilibrio general, un índice de escasez. Es esta construcción la que ha fracasado. Para esto fue esencial el postulado discreto.

Por supuesto, este resultado tiene muchas implicaciones serias para una sorprendentemente alta proporción de la literatura económica corriente que usa la "función de producción neoclásica" y modelos de una mercancía. Pero esto sólo muestra que lo habíamos aceptado sin crítica. Si estos instrumentos son los"vehículos baratos", como los llama Solow, tales que no son capaces de llevarnos más lejos que de un caso muy artificial, construidos a propósito por ellos, no merecen ser llamados "vehículos baratos", ellos no son vehículos en absoluto.

Solow ha intentado otra línea de defensa[5] usando las nociones de tasa de retorno de Fisher. En mi artículo he mostrado que las nociones de Irvin Fisher, mientras parecen tener un contenido teórico en el contexto de los antecedentes de la productividad marginal, se reducen a meras definiciones fuera de éste. Solow ignora totalmente mi análisis y simplemente repite de nuevo su particular ejemplo en el que las dos nociones de tasa de retorno de Fisher coinciden. Yo ya critiqué este ejemplo. Solow simplemente toma una cita de una nota de pie de página de mi artículo, donde señalé que aún en el caso más simple, con un sólo bien de consumo, no hay una tasa de retorno físico Las dos situaciones, a y b, que Solow compara, difieren no sólo en el bien de consumo único que ha supuesto, sino también en toda la estructura de los bienes de capital. Por lo tanto, no hay un camino no ambiguo para evaluar los "sacrificios" sociales y las"ganancias" sociales en la transición de a a b; para cualquier evaluación uno necesita un sistema de precios. En sus cálculos, Solow usa el sistema de precios particular del punto de cambio. No se da cuenta que esos precios presuponen precisamente la tasa de retorno que él quiere "explicar". Solow no parece darse cuenta que una tasa de retorno física representa un caso muy particular (el que surge cuando una mercancía puede ser usada como bien de consumo y como bien de capital); mientras, por el otro lado, la igualdad sobre la que insiste tanto es verdad en general, pero se refiere a una expresión contable.

Permítaseme aclarar este punto usando otro ejemplo extremo, tomado de un artículo anterior del propio Solow (y no mío). El ejemplo es de producción de multi-mercancías con sólo una técnica[6] (retornos constantes a escala y todas las mercancías requieren al menos trabajo para ser producidas). El sistema de precios está indeterminado; *cualquier* tasa de ganancia arbitrariamente elegida puede cerrarlo. Como señala Solow, podemos imaginar dos sistemas económicos, α y β, usando *las mismas* técnicas y la misma fuerza de trabajo constante, pero con una composición del producto neto diferente (y por lo tanto, composiciones diferentes, y valores totales, de sus bienes de capital). Este es el caso en el que, aún desatendiendo lo que sucede con los bienes de capital, no es posible realizar la transición (planteada por Solow) desde el sistema α al β cambiando sólo un "bien de consumo". Si β produce más (con respecto a α) de cualquier bien de consumo, necesariamente debe producir menos de otro bien de consumo.

Solow estará de acuerdo que, en este caso no existe una tasa física de retorno. Sin embargo, como él mismo señala correctamente, dada una tasa de ganancia particular r^* (y en este caso cualquier tasa de retorno elegida arbitrariamente puede ser esa tasa de ganancia) la primera noción de tasa de retorno de Irving Fisher existe y será siempre igual a la tasa de ganancia r^*, o sea (usando la notación de mi artículo):

$$(1) \qquad \frac{p^* \, (Y\beta - Y\alpha)}{p^* \, (K\beta - K\alpha)} = r^*$$

Uno bien puede decir que esta igualdad es "interesante", o que es "rigurosa". Pero lo que uno no puede decir es que "explica" la tasa de ganancia. Su lado izquierdo (no menos que su lado derecho) es la tasa de ganancia. Y la tasa de ganancia no puede explicarse por si misma. Aquí la cuestión no es obtener meramente una explicación total o "sólo parte de una explicación ...de la tasa de ganancia".[7] La igualdad (1) no puede dar ninguna explicación en absoluto. Todo esto, por supuesto, no tiene nada que ver con el postulado discreto de la teoría de la productividad marginal del capital, porque simplemente esto no tiene nada que ver con ninguna teoría. Yo mismo no pienso que la teoría de la productividad marginal del capital fue algo menos riguroso que el análisis "riguroso" de Solow. Pero ésta tuvo la ventaja de ser una "teoría". Si no podemos seguirla manteniendo no me parece que podamos reemplazarla con definiciones rigurosas. Deberemos explicar la tasa de ganancia con alguna otra teoría.

Notas

1. Luigi Pasinetti, "Switches of Technique and the 'Rate of Return' in Capital Theory", en *The Economic Journal* , Septiembre 1969, pp. 508-31.

2. Permítanme recalcar que este postulado no es totalmente independiente de si el "capital" es realmente medido a valores corrientes o en términos de algunas clases de índices de cantidades físicas. (Ver, sobre este punto, mi propia contribución en la discusión sobre el retorno de técnicas).

3. Evitaré usar el término más ambiguo de "teoría neoclásica del capital" para evitarle a Solow la vergüenza de redefinir a la teoría de la productividad marginal.

4. Robert Solow, *Capital Theory and The Rate of Return*, (Amsterdam, 1963), p. 11.

5. Robert M. Solow, "The Interest Rate and Transition between Techniques", en *Socialism, Capitalism and Economic Growth,* Ensayos presentados a Maurice Dobb, editado por C.H. Feinstein (Cambridge 4, 1967), pag. 20-9.

6. Ver *ibid*, en nota de pie de página en la pág. 33.

7.Ver el párrafo final de Solow. Estoy pensando si debiéramos simplemente considerar "no-riguroso" la divertida pieza de lógica de Solow en los dos párrafos precedentes. De acuerdo con Solow, un punto sobre el rango de variación de la tasa de ganancia en el que sólo una técnica es la más rentable, o sea, lo que él define como"un punto de no cambio" cuando el número de técnicas es finito, debería ser llamado el opuesto (o sea, debiera ser llamado "punto de cambio") cuando el número de técnicas es infinita. Bueno, es verdad que Solow comete el error en su artículo anterior (no dándose cuenta que una envolvente de una familia de curvas no puede tocar el punto en el que dos curvas cualquiera se cruzan). Y uno puede entender que él trate todos los caminos para justificar lo que ha escrito, aún a costa de caer en definiciones contradictorias. Pero, no es demasiado conducir al lector dentro de la misma contradicción y luego decirle que "esto ayudará a aclarar la mistificación del profesor Pasinetti"?

La tasa de retorno
y la teoría del capital

Se terminó de imprimir
en el mes de octubre de 1996
en los talleres de la Sección
de Impresión y Reproducción
de la Universidad
Autónoma Metropolitana,
Unidad Azcapotzalco.
Se imprimieron 150 ejemplares
más sobrantes para reposición.

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

División de Ciencias Básicas e Ingeniería
Departamento de Economía
Coordinación de Extensión Universitaria
Sección Editorial

4000921 04415

12.00 - $12.00